SMITHSONIAN
LIBRARY

506.44
.S675
25
557
A.16.

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS.

Séance du 8 janvier 1870.

PRÉSIDENCE DE M. TRANSON.

L'ordre du jour appelle la nomination du bureau pour le premier semestre de 1870. Sont nommés :

Président,	M. Delanoue ;
Secrétaire,	M. Paul Bert ;
Vice-Secrétaire,	M. Vaillant ;
—	M. Laguerre ;
Archiviste,	M. Alix ;
Trésorier,	M. Laboulaye.

Sur l'invitation de M. le Président, M. Delanoue prend place au bureau.

M. Gould est nommé membre correspondant.

Conformément à l'article 54 du règlement, M. Laussedat demande que la Société soit appelée à appliquer ou à modifier, s'il y a lieu, les articles 22, 23 et 24.

M. Alix dépose sur le bureau la proposition suivante : augmenter de cinq le nombre maximum des membres de chaque section.

M. Vaillant fait une communication sur la disposition des orifices afférents du courant aquifère chez la *Cliona celata*, Grant.

La séance est levée à dix heures un quart.

Le Vice-Secrétaire,

Léon Vaillant.

Séance du 22 janvier 1870.

PRÉSIDENCE DE M. DELANOUE.

La correspondance manuscrite comprend :

Une lettre de M. Alix, s'excusant de ne pouvoir assister à la séance pour soutenir sa proposition.

Une lettre de M. de Caligny, contenant une communication sur un appareil de son invention, destiné à élever l'eau au moyen des vagues de la mer ou des grands lacs.

Une lettre de M. Alglave, directeur de la *Revue des Cours scientifiques*, proposant à la Société de contribuer à une souscription dont il a pris, en France, l'initiative. Il s'agit de donner un témoignage d'estime et de regrets à la mémoire d'un célèbre naturaliste norwégien, M. Sars. M. Sars vient de mourir, laissant dans une situation difficile une famille nombreuse ; plusieurs de ses enfants se destinent à l'étude des sciences naturelles : son fils aîné, le Dr Ossian Sars, est déjà bien connu des carcinologistes. Une souscription semblable a été ouverte avec succès en Angleterre par M. Gwyn Jeffreys.

M. Alphonse Milne-Edwars appuie cette demande. Il rappelle les principaux travaux de M. Sars, et, notamment, sa découverte de la *génération alternante* des Méduses, ses belles et récentes recherches sur la faune des grandes profondeurs de la mer.

La Société fixe à cent francs le chiffre de sa souscription ; un grand nombre de membres s'inscrivent, en outre, sur la liste, à titre personnel.

Communications.— M. Laguerre présente, de la part de M. Flye Sainte-Marie, une note sur le *Postulatum* d'Euclide.

M. Chatin fait une communication sur l'anatomie des glandes salivaires du Fourmilier *Tamandua*.

La Société se forme en comité secret.

Modifications au règlement.— 1° *Proposition de M. Paul Bert* :

Addition à l'article 12 du règlement :

« Les membres de la Société et les personnes étrangères qui » auront fait une communication ou pris part à une discussion » devront, avant le samedi suivant, remettre au secrétaire une » note exprimant ou résumant ce qu'elles ont dit. Faute de quoi, » le procès-verbal sera publié tel que le secrétaire l'aura rédigé,

Q
46
S6784
Ge ser.
t. 7
1870-1871
SCNHRB

» sous réserve des rectifications que chaque membre aura le droit » de demander au début de la séance suivante. Les notes émanant » directement des personnes qui ont fait la communication et qui » devront prendre place au procès-verbal, y seront insérées entre » guillemets. »

Addition à l'article 14. — « Les vice-secrétaires seront pris cha- » cun dans une des deux sections autres que celle à laquelle ap- » partient le secrétaire. »

Nouvelle rédaction de l'article 15.— « En cas d'absence du secré- » taire ou de l'un des vice-secrétaires, le président pourra désigner, » pour en faires les fonctions, le plus récemment nommé parmi » les membres présents qui appartiennent à la même section. »

Ces propositions sont mises aux voix et adoptées.

2° *Proposition de M. Laussedat.* — M. E. Laussedat propose de remplacer les articles 22, 23 et 24 du règlement, qui ont depuis longtemps cessé d'être en vigueur, par l'article suivant :

« Les mémoires manuscrits ou imprimés, les ouvrages et les » recueils offerts à la Société seront renvoyés par le président à » l'examen d'un ou de plusieurs membres qui seront invités à en » rendre compte dans une des prochaines séances.

» Le procès-verbal fera mention de l'appréciation du rapporteur, » à moins d'une décision contraire de la Société. »

Cette modification au règlement est mise aux voix et adoptée.

3° *Proposition de M. Alix.* — M. Alix a proposé d'augmenter de cinq le nombre des membres de chaque section. Cette augmentation devrait être considérée comme facultative, en sorte qu'il y aurait toujours, dans chaque section, quelque place vacante.

La rédaction suivante est alors proposée par M. le secrétaire.

Addition à l'article 3. — « Ce nombre doit être considéré comme » un minimum. La Société pourra, sous des conditions qui seront » déterminées à l'article 29 *bis*, nommer dans chaque section » jusqu'à cinq membres titulaires. »

Addition. — Article 29 *bis*. — « La nomination de membres » nouveaux, jusqu'à concurrence de cinq par section, dont il a été » question à l'article 3, est essentiellement facultative. Cette no- » mination aura lieu dans les formes et conditions déterminées à » l'article 31; mais elle ne pourra être provoquée que sur la pro- » position de la section et à la suite d'une discussion et d'un vote » spécial, dont les membres seront prévenus par lettres. Ce qui » vient d'être dit s'appliquera à toutes les places qui excéderont » le nombre minimum fixé pour chaque section. »

Ces modifications au règlement actuel sont mises aux voix et adoptées.

4° *Proposition de M. Transon.* — M. Transon propose d'ajouter à l'article 30 la disposition suivante :

« En outre, les candidats devront avoir fait au moins une com-
» munication devant la Société. »

Cette addition est mise aux voix et adoptée.

Ces diverses modifications seront insérées au règlement, suivant les règles déterminées en l'article 57.

La séance est levée à 11 heures 1/4.

Le Secrétaire,

Paul Bert.

Recherches sur les figures planes semblables,
par M. A. Grouard.

1. Dans deux notes qui ont été insérées au journal *l'Institut* en 1865, j'ai montré comment la notion du centre de similitude de deux figures planes, situées sur un plan d'une manière quelconque, conduit à diverses propriétés nouvelles ou déjà connues ; passant ensuite à l'étude du mouvement d'une figure qui se déplace dans un plan en changeant de grandeur, mais en restant semblable à elle-même, j'ai établi la notion du centre instantané de similitude, et fait voir qu'elle conduit à une nouvelle méthode de tangentes analogue à celle du centre instantané de rotation, et dont celle-ci n'est qu'un cas particulier.

Je considère actuellement trois figures planes semblables situées sur un plan d'une manière quelconque S, S', S'' ; elles jouissent de quelques propriétés intéressantes que je me propose de faire connaître ici.

2. Les trois figures S, S', S'' ont deux à deux trois centres de similitude ; ces trois points C, C', C'' déterminent un cercle que j'appelle le *cercle des trois centres*.

Cela posé, si l'on joint ces trois points, respectivement et d'une manière convenable, aux sommets du triangle formé par trois droites homologues quelconques, on obtient trois droites concourantes, et le point de concours se trouve sur le cercle des trois centres.

D'où l'on déduit cette propriété bien connue :

Les centres d'homothétie de trois figures homothétiques deux à deux sont en ligne droite.

3. Par trois points homologues quelconques on peut faire passer trois droites homologues concourant en un même point.

Le lieu de ces trois points de concours est encore le cercle des trois centres.

Il existe sur ce cercle trois points homologues des trois figures données, et ces trois points R, R', R'' forment un triangle semblable à celui de trois droites homothétiques quelconques.

4. Ces propriétés conduisent à celle-ci :

Si l'on a sur un plan trois courbes semblables de degré m, il existe $m(m-1)$ systèmes de tangentes homologues concourantes, et les points de concours sont sur un même cercle.

En particulier, si l'on a trois coniques semblables situées sur un plan, il existe deux systèmes de tangentes homologues concourantes.

5. Sur trois droites homologues quelconques, il existe trois points homologues en ligne droite.

Toutes les droites contenant trois points homologues passent par un même point.

Si l'on joint ce point K aux trois centres de similitude, les droites ainsi menées passent respectivement par les trois points homologues R, R', R'' dont on a parlé ci-dessus.

6. Ces propriétés conduisent à celle-ci :

Si l'on a dans un plan trois courbes semblables de degré m, il existe $2m$ systèmes de points homologues situés respectivement sur $2m$ droites passant par un même point.

En particulier, si l'on a trois coniques semblables situées sur un plan, il existe quatre systèmes de points homologues situés respectivement sur quatre droites passant par un même point.

7. Ces diverses propositions permettent d'évaluer très-simplement la grandeur du rayon d'un cercle inscrit ou circonscrit au triangle formé par trois homologues, et aussi celle du rayon d'un cercle qui passe par trois points homologues.

Leur principal objet est de conduire à de nouvelles propriétés concernant le mouvement d'une figure qui se déplace dans un plan en restant semblable à elle-même.

Je me propose de les faire connaître prochainement dans une nouvelle note.

Sur les surfaces, par M. Welsch.

« La sphère est la seule surface dont tous les points sont » des ombilics, ou telle que toutes les lignes tracées sur sa » surface soient des lignes de courbure. » (Monge.)

Remarquons qu'il existe une infinité de surfaces développables dont les génératrices sont normales à une même courbe, gauche ou plane. (En particulier, si la courbe est plane, ce sont des surfaces d'égale pente, et parmi elles le plan même de la courbe). De plus, deux de ces surfaces n'ont aucune génératrice commune ; il en résulte que si l'on sait d'avance qu'une surface développable a ses génératrices normales à une courbe, et qu'on en connaisse une génératrice, on saura déterminer cette surface par cette seule hypothèse. Dans le cas où la courbe est plane, si l'on sait qu'une génératrice de la surface est dans le plan de la courbe, la surface se réduira tout entière à ce plan. Cela posé, démontrons le théorème.

Soient A et B deux points quelconques d'une surface dont tous les points sont des ombilics. Soit (N) la normale en A à la surface. Le plan déterminé par cette droite et par le point B donne par son intersection avec la surface une

ligne de cette surface ; par suite, les normales à la surface aux différents points de la ligne de courbure appartiennent à une surface développable dont l'une des génératrices est dans son plan, et par conséquent qui se réduit à ce plan même ; la normale en B rencontre donc la normale en A. Maintenant, si l'on considère un point C hors du plan en question, et sur la surface, la normale en ce point devant rencontrer les normales en A et en B, passera nécessairement par le point O où elles se coupent. Toutes les normales concourent donc en un même point O, et la surface est une sphère ayant son centre en ce point.

« Les normales à une surface aux différents points d'une » ligne de coubure plane appartiennent à une surface d'égale » pente » (Joachinstahl.)

En effet, ces normales appartiennent à une surface développable dont les génératrices sont normales à la ligne de courbure plane.

Sur un appareil à élever de l'eau, par M. A. de Caligny.

M. de Caligny a communiqué dans cette séance un appareil à élever de l'eau au moyen des vagues de la mer ou des grands lacs.

Cet appareil est en quelque sorte l'inverse de celui qu'il a présenté à la Société pour faire des épuisements au moyen des mêmes vagues, c'est-à-dire que si la soupape latérale est disposée de manière à fonctionner en sens inverse, la colonne liquide oscillante sera employée à repousser de l'eau à l'extérieur du système au lieu d'y en faire entrer alternativement par cette soupape.

Il est d'ailleurs intéressant de remarquer que, si, dans la forme de ce système quand il sera employé à faire des épuisements, on peut employer la force centrifuge à aider l'entrée de l'eau à épuiser, la soupape étant alors disposée à la

partie dite *intérieure* du coude, bien entendu en dehors du tuyau coudé, on peut, quand il s'agira au contraire d'élever de l'eau, profiter de la force centrifuge pour repousser cette eau sous une pression plus grande, si l'on dispose la soupape à la partie dite *extérieure* du coude. Il y aura même lieu d'examiner s'il ne sera pas convenable, à cause d'ailleurs de la facilité des constructions, d'établir un tuyau coudé dont l'angle ne sera pas arrondi, de manière qu'on puisse disposer une soupape recevant plus directement l'action des vagues.

Quoi qu'il en soit, une soupape latérale permettra d'élever l'eau à des hauteurs variables dépendant de la force des vagues, de sorte qu'on pourra d'abord, si l'on veut, utiliser des vagues très-faibles pour commencer par exemple à remplir un réservoir dont on achèvera le remplissage en employant des vagues plus fortes.

Il est intéressant de remarquer que cet appareil offre une difficulté de moins s'il est employé ainsi pour élever de l'eau, que s'il est employé pour faire des épuisements. Dans ce dernier cas, en effet, l'élévation de la colonne liquide n'est pas aussi directement employée, ne servant qu'à obtenir alternativement des abaissements convenables de l'eau. Par conséquent il faut alors disposer un tuyau plongé qui ne soit pas trop court, et qui soit convenablement évasé, selon certaines lois, afin de diminuer autant que possible la perte de force vive pendant l'oscillation descendante, ce qui est une difficulté relative à la longueur des vagues. Or, si l'on emploie l'appareil seulement pour élever de l'eau, le cas est tout différent. Il est alors beaucoup plus facile de disposer un tuyau plongé assez court et une bouche évasée de manière à recevoir convenablement le choc des vagues.

On pourra d'ailleurs augmenter la réaction latérale en rétrécissant convenablement la partie supérieure du tuyau vertical; ces effets dépendront de la grandeur et de la disposition de la soupape.

Il est évident qu'on pourrait, sans employer de soupape, élever de l'eau au moyen des vagues en se servant d'un tuyau fixe, convenablement recourbé, évasé du côté de la mer et graduellement rétréci au sommet de sa partie verti-

cale. Mais il était intéressant de montrer comment on pouvait élever l'eau des à hauteurs variables selon la force des vagues, en employant une soupape latérale.

Sur le postulatum d'Euclide, par M. Flye Sainte-Marie.

Si une proposition d'une évidence aussi incontestable que le postulatum d'Euclide a appelé l'attention de tant de géomètres, parmi lesquels on cite des savants illustres, qui sont venus se heurter à la théorie des parallèles, c'est que cet axiome, aussi évident à la vérité que tout autre, pourrait être nié cependant, sans qu'une telle négation supposât un état de choses hors de notre conception. Cela suffit pour expliquer la fréquence des recherches sur la théorie des parallèles, recherches dont le nombre devient chaque jour plus considérable; mais il y a aussi à expliquer pourquoi tant d'efforts sont restés stériles, et à examiner s'il est ou non possible de surmonter la difficulté devant laquelle ils ont échoué. Telle est la question que je me suis proposé de résoudre, et je crois avoir rempli cette tâche.

Le travail que je compte publier prochainement sous le titre d'*Etudes analytiques sur la théorie des parallèles* a été conçu avant que j'eusse aucune connaissance des théories de Lobatschewsky et de Bolyai ; il était donc naturel que la méthode que j'ai suivie différât de celles employées par ces deux géomètres, et c'est peut-être à cela même que je dois d'être arrivé directement à un résultat que Lobatschewsky n'a fait qu'énoncer dans ses *Etudes géométriques* et que Bolyai s'était réservé d'établir ultérieurement comme complément *à la Science absolue de l'espace.*

Tous deux, par des méthodes analogues et par des considérations empruntées à la géométrie élémentaire, ont été amenés, sans doute en poursuivant à outrance une démonstration du postulatum par l'absurde, à présenter les relations trigonométriques sous une forme indépendante de ce postu-

latum. Ces relations (celles de la trigonométrie rectiligne du moins) s'expriment en fonction d'une certaine longueur absolue qui reste encore indéterminée, mais qu'on reconnaît devoir être infinie dès qu'on s'appuie sur la théorie des parallèles. — Après les avoirs établies, et sans autre développement, Lobatschewsky conclut à l'impossibilité dans laquelle on se trouve de démontrer l'axiome XI d'Euclide (postulatum) sans lui en substituer un autre. Bolyai reconnaît qu'il reste quelque chose à faire avant de tirer cette conclusion.

Il est bien vrai en effet que, quelle que soit une relation géométrique qu'on se propose de déterminer d'après telles ou telles données, on pourra la déduire des formules de trigonométrie, en faisant, s'il est nécessaire, un usage convenable des méthodes infinitésimales; et l'expression qu'on obtiendra ainsi, tirée de formules dans lesquelles un paramètre reste inconnu, ne pourra jamais, combinée de quelque façon qu'on voudra avec les formules mêmes qui l'ont engendrée, conduire à la détermination de ce paramètre ; mais on ne voit pas encore avec une évidence suffisante que la même relation déterminée d'une autre manière, en faisant des axiomes particuliers à la géométrie un autre usage que celui qui en a été fait pour établir les formules ou pour les rendre applicables à la question proposée, ne pourra pas se présenter sous une seconde forme dont la concordance avec la première exige que le paramètre soit infini. Après avoir posé les principes d'après lesquels on pourra calculer les éléments de toute figure, il reste donc à faire voir que toute démonstration tirée d'une figure quelconque, quelque usage qu'il y soit fait des axiomes de la géométrie, dont j'excepte le postulatum, pourra toujours être reproduite sur les formules affranchie de ces axiomes, tout en conservant une forme semblable et aboutissant à des résultats identiques. S'il en est ainsi, il est clair qu'une conclusion qui résulte uniquement de certaines combinaisons de formules compatibles entre elles, et dans lesquelles un paramètre resté inconnu ne pourra jamais servir à déterminer ce paramètre, ni par conséquent à établir la théorie des parallèles, dont la valeur infinie du paramètre serait une conséquence.

Ce qui précède suffit pour indiquer quels sont les déve-

loppements qui manquent aux deux écrits de Lobatschewsky et de Bolyai publiés en France dans ces dernières années (*Études géométriques sur la théorie des parallèles* et *la Science absolue de l'espace*), développements que je me suis attaché à présenter d'une manière complète.

Pour atteindre le but que j'avais en vue, j'ai pensé que des formules générales de géométrie analytique seraient d'un emploi plus avantageux que les formules de trigonométrie. Cette considération a déterminé la marche que j'ai suivie.

Après avoir établi, sans recourir au postulatum, les principes qui résument la géométrie des figures infinitésimales, après avoir fait choix des systèmes de cordonnées qu'il m'a paru préférable d'adopter (systèmes qui, quoique définis différemment, deviennent lorsqu'on admet la théorie des parallèles, mais seulement dans ce cas, identiques avec les systèmes de coordonnées rectangulaires), je donne les formules qui permettent de mettre en équations toute ligne ou toute surface définie, et j'indique comment on pourra en calculer les divers éléments. Une fois ces formules fondamentales établies, il reste à faire voir que tout raisonnement tendant à démontrer une proposition quelconque de géométrie, pourra, tant qu'il n'invoquera pas le postulatum d'Euclide ou l'axiome par lequel on le remplacerait, être reproduit directement sur les formules, en suivant une marche identique, mais dégagée de toute considération empruntée aux axiomes de la géométrie. Passant ces axiomes en revue, je reconnais qu'ils peuvent tous être tirés des trois propositions suivantes que je puis par conséquent leur substituer :

« Une figure est susceptible de se déplacer dans l'espace » d'une infinité de manières, par exemple par une rotation » autour de deux points fixes, en restant identique à elle- » même, c'est-à-dire en conservant les mêmes relations, entre » tous ses éléments, dont la mesure reste invariable. »

« Par deux points on ne peut faire passer qu'une ligne droite » (je suppose ici, comme on a coutume de le faire dans les traités élémentaires, la ligne droite définie par sa propriété d'être le plus court chemin entre deux quelconques de ses points).

« Le lieu des points situés à des distances constantes de » deux points fixes est une courbe fermée unique en dehors

» de laquelle aucun point de l'espace ne peut faire partie du
» lieu. »

Ces propositions supposent, il est vrai, implicitement que les éléments d'une figure sont susceptibles d'une mesure invariable qui n'est définie que plus tard; mais il est clair que les objections qu'on aurait à faire à un tel choix d'axiomes, s'il s'agissait de les prendre pour base d'un traité de géométrie, sont étrangères à la question actuelle, si les diverses mesures géométriques peuvent être définies après coup, comme j'ai soin de montrer qu'elles peuvent l'être, en effet, sans le secours de la théorie des parallèles.

Indiquant alors comment par l'emploi des formules un raisonnement quelconque peut être dégagé de la considération de chacune des trois propositions énoncées plus haut, j'arrive enfin à établir comme une conséquence forcée la nécessité d'un postulatum.

Ce serait donc en vain qu'on tenterait de s'affranchir de cette nécessité; de telles recherches ne pourraient aboutir qu'à modifier la forme de l'axiome XI d'Euclide, et n'ajouteraient rien d'ailleurs à l'évidence de cet axiome. Si l'on se reporte, par exemple, à la démonstration que M. Carton a proposée récemment, et que je prends telle qu'elle est exposée dans le compte rendu de la séance du 20 décembre dernier, à l'Académie des sciences, on y reconnaît que l'auteur admet tacitement une proposition qui peut être résumée ainsi:

Soit une bande rectangulaire indéfinie formée par deux droites K X, P Y perpendiculaires aux extrémités d'une troisième P K, et soit dans l'intérieur de cette bande une suite indéfinie de points C_1, C_2... C_n, C_{n+1} également espacés et situés tous à une même distance de P Y, moindre que P K; sur la droite qui joint deux points consécutifs quelconques C_n, C_{n+1} de cette série, on peut toujours, quelque éloignés que ces points soient de la perpendiculaire commune P K, construire deux triangles ayant leurs sommets l'un sur P Y, l'autre sur K X, et situés de part et d'autre du côté commun C_n C_{n+1}.

Cette proposition suppose que la droite $C_n C_{n+1}$ ne peut jamais s'étendre indéfiniment dans les deux sens en restant constamment à l'intérieur de la bande rectangulaire fermée

par la droite P K, et demeurant comprise entre les droites P Y et K X, comme une branche d'hyperbole est comprise entre ses asymptotes. C'est là un principe qu'on peut certainement admettre, mais qui ne résulte d'aucune démonstration.

Le postulatum sous-entendu dans la démonstration de M. Carton peut aussi être présenté sous cette seconde forme, à laquelle il est facile de ramener la précédente et qui se rapproche de celle qu'Euclide a choisie :

Les droites KX et PY étant construites comme il a été expliqué, toute perpendiculaire à l'une de ces droites rencontrera l'autre, à quelque distance qu'elle soit menée de la perpendiculaire commune PK.

De telles propositions ne sont pas contestées, sans doute; mais on peut en dire autant du postulatum d'Euclide, et j'ajoute que si elles nous paraissent évidentes, c'est que la notion de la similitude nous permet d'étendre à des figures quelconques les relations de forme que nous constatons sur des figures de dimensions nécessairement restreintes. Mais alors mieux vaudrait tirer directement et plus simplement la théorie des parallèles de cette notion première.

Je termine cet aperçu par la remarque suivante: Quoique la géométrie imaginaire, pour lui conserver le nom que Lobatschewsky lui a donné, puisse être considérée comme un assemblage de propositions qui par elles-mêmes n'offrent aucun intérêt, il ne faut pas se hâter d'en conclure que de telles théories ne méritent à aucun titre de fixer l'attention ; et il se peut qu'un jour elles viennent en aide à l'analyse, et lui rendent des services de quelque importance.

Sur les glandes salivaires du Fourmilier Tamandua,
par M. Joannès Chatin.

Les travaux publiés dans ces dernières années sur l'organisation des Fourmiliers, et au premier rang desquels il convient de placer ceux de MM. Richard Owen et Georges Pouchet, ont été principalement consacrés à l'étude du Tama-

noir ; c'est pourquoi ayant eu récemment l'occasion de disséquer un individu appartenant à une espèce différente, j'ai cru pouvoir me permettre de présenter à la Société Philomatique les résultats de mes recherches.

Le Tamandua (*Myrmecophaga Tamandua* Cuv.) possède un appareil salivaire très-développé et dont les diverses parties peuvent se répartir entre cinq groupes principaux : 1° les glandes sous-maxillaires ; 2° les glandes jugales ; 3° les glandes sub-linguales ; 4° les glandes buccales ; 5° les glandes parotides.

A. — Les *glandes sous-maxillaires* présentent un volume considérable et constituant, de chaque côté du cou, une masse d'aspect mamelonné et de forme à peu près triangulaire, circonscrite en haut par la région sous-orbitaire, en dehors par l'épaule, en dedans et en bas par le sternum.

Dans les autres Fourmiliers, ces glandes mucipares sont également fort développées, et d'après MM. Owen et G. Pouchet, l'on n'y rencontre, à droite comme à gauche, qu'une seule et même glande ; chez le Tamandua, au contraire, chacune des deux sous-maxillaires est réellement triple et se compose de trois lobes inégaux constituant trois glandes secondaires, que l'on peut désigner sous les noms de *glande cervicale ou antérieure*, *glande scapulaire ou moyenne*, *et glande sternale ou postérieure*. Chacune de ces glandes possède un canal excréteur distinct et séparé, de sorte que l'on injecte seulement une des trois glandes droites ou gauches lorsque l'on pousse un liquide coloré dans un de ces conduits de Wharton. Chez le Tamandoir, d'après M. Owen, la totalité de la salive sécrétée par les sous-maxillaires arrive dans la bouche, de chaque côté, par un seul canal s'ouvrant près de la symphyse du menton ; dans le Tamandua, les conduits des glandes antérieure et moyenne débouchent dans la cavité buccale en ce même point, mais le canal de la glande sternale s'ouvre dans la bouche à deux centimètres environ en arrière de la symphyse.

B. — Les *glandes jugales* sont presque totalement situées dans la joue ; elles offrent cependant un petit lobule labial.

C. — Les glandes sub-linguales sont représentées par de nombreux follicules disséminés dans l'espace que laissent entre elles les deux branches de la mâchoire inférieure.

D. — Les *glandes buccales* réparties en divers points de la bouche sont surtout développées à la région palatine.

E. — Les *parotides* sont situées au dessous de l'oreille, de sorte que les sous-maxillaires antérieures se terminent dans leur voisinage immédiat. Le *conduit de Sténon*, très-long et fort étroit, est formé par la fusion d'une dizaine de petits canaux qui se réunissent pour constituer un tronc commun dont la portion terminale est entourée d'un plexus veineux assez abondant.

D'après M. Richard Owen, il existerait, chez le Fourmilier didactyle, une glande salivaire, située dans le voisinage de l'œil ; le Tamandua n'offre rien de semblable dans la région orbitaire. On y constate seulement la présence d'une glande de Harder volumineuse qu'accompagnent une glande lacrymale et une glande de la troisième paupière.

Notice biographique sur Sars, par A. Milne Edwards.

La grande famille des hommes de science vient de faire une perte des plus regrettables; notre illustre correspondant Michel Sars, est mort le 22 octobre dernier, et la Société philomatique de Paris manquerait à son devoir si elle ne s'associait pas aux naturalistes de tous les pays pour donner à la mémoire de ce savant éminent une nouvelle marque d'estime. En effet, les services que Sars a rendu à la zoologie physiologique sont de premier ordre; le temps me manquerait si je voulais rendre compte de tous ses travaux; mais, pour en montrer l'importance, il me suffira de rappeler quelques-unes de ses principales découvertes.

Un des faits les plus intéressants et les plus inattendus dont la zoologie se soit enrichie depuis un demi-siècle, est sans contredit l'existence d'animaux dont les fils ne leur ressemblent en rien, et dont le type organique se trouve seulement reproduit chez les descendants de ceux-ci; de telle sorte que la lignée des individus provenant d'une même souche affecte alternativement, de génération en génération, deux formes parfaitement distinctes. Ces retours périodiques d'un ou plusieurs types zoologiques différents, chez des animaux nés les uns des autres, constituent ce que les natu-

ralistes appellent aujourd'hui des *générations alternantes*. Déjà en 1819, Chamisso, l'un des compagnons de voyage de Kotzebue, avait publié quelques observations tendant à établir que chez les Biphores ou Salpes, les individus qui vivent isolés et ceux qui sont agrégés et réunis en chaînes ne constituent pas des espèces distinctes, comme on le supposait, et s'engendrent mutuellement ; mais les observations de ce navigateur passèrent presque inaperçues et n'exercèrent aucune influence sur les idées généralement reçues touchant la persistance d'une forme spécifique chez tous les animaux descendant d'une même souche, jusqu'à ce que Sars en eût montré la valeur à l'aide d'autres découvertes plus éclatantes et mieux établies. Ce furent les faits introduits par cet observateur habile qui fournirent les principales bases de la théorie des générations alternantes formulée en 1842, avec une grande élévation de vues, par un autre naturaliste scandinave, M. Steenstrup.

Sars, né à Bergen, le 30 août 1805, se consacra d'abord au service de l'Église, et, pendant la plus grande partie de sa vie, il remplit les fonctions de pasteur dans les paroisses rurales aux environs de cette ville; mais, passionné pour l'étude des sciences naturelles, et résidant aux bords d'une mer riche en animaux peu connus, il ne tarda pas à y faire des observations d'un grand intérêt et à se placer très-haut dans l'estime des zoologistes.

La découverte capitale qui lui valut cette juste célébrité se fit peu à peu et fut le couronnement de longues et minutieuses recherches. Dans un travail publié à Bergen en 1829 (1), Sars fit connaître deux Zoophytes qui, au premier abord, lui parurent contituer deux genres nouveaux. L'un de ces petits êtres, auquel il donna le nom de *Syphistoma*, ressemble à un Polype cyathiforme; l'autre, appelé *Strobila*, a le corps allongé et divisé en une série d'anneaux. Rien ne pouvait encore faire supposer que des animaux si dissemblables eussent entre eux des liens de parenté quelconques, mais en les suivant, dans les différentes phases de leur existence, ce naturaliste habile ne tarda pas à constater que le Syphistome, en grandissant, se métamorphose en un Strobile, et que les divers tronçons constituant le corps de ce Zoophyte ressemblent beaucoup à des Méduses qui seraient empilées et adhérentes les unes aux autres.

Ce nouveau pas dans la voie de la vérité date de 1835 (2), et il

---

(1) *Bidrag til so dyrenes naturhistorie*, ou Contributions à l'histoire naturelle des animaux marins.

(2) *Beskreivelsen ogjagwagelser oven nogle merkeligeellers ugi havet ved den Bergenske Kyst levende Dyr*. (Description de plusieurs animaux nouveaux ou peu connus, recueillis sur la côte de Bergen.

fallut encore plusieurs années d'études pour compléter l'histoire biologique de ces Zoophytes. En 1837, Sars annonça que les tronçons ou anneaux des Strobiles, en se développant, ne tardent pas à se séparer les uns des autres, et, devenus libres, constituent chacun une véritable Méduse qui acquiert les organes reproducteurs. Enfin, en 1841, il exposa, avec tous les détails désirables, l'ensemble de ses observations sur ces singuliers êtres, et compléta le cycle de faits relatifs à leur multiplication en établissant que les Syphistomes naissent des œufs pondus par les Méduses. Ainsi Syphistome, Strobile et Méduse ne sont que des états différents d'une seule et même espèce. De l'œuf pondu par la Méduse sort une larve ovoïde qui, à l'aide de cils vibratiles, nage avec rapidité dans l'eau de la mer pendant la première période de son existence. Bientôt cependant, les mouvements de ces rames microscopiques se ralentissent, l'animalcule se fixe à un rocher sous-marin, et, en se développant, prend la forme d'un Polype et devient l'animal que les naturalistes connaissent sous le nom de Syphistome. Celui-ci est dépourvu d'organes reproducteurs, mais il se multiplie par un phénomène de division spontanée, et lorsque son corps, après s'être allongé beaucoup, s'étrangle de distance en distance pour donner naissance à une nouvelle génération d'individus, il réalise les caractères d'un Strobile. Enfin les jeunes animaux nés ainsi par scissiparité et provenant du Strobile revêtent peu à peu les formes de l'aïeul et deviennent des Méduses.

Ceux qui ont étudié sur les bords de la mer la physiologie des animaux inférieurs peuvent seuls se former une idée juste des difficultés que Sars a dû surmonter avant de pouvoir saisir tant de faits d'une observation si délicate et les relier entre eux.

Les travaux de ce zoologiste ouvrirent une nouvelle voie, dans laquelle s'engagèrent bientôt un grand nombre de savants. Siebold en Allemagne, Dalyellen en Ecosse, Lœven en Suède, Steenstrup en Danemark, Dujardin en France, Van Beneden en Belgique, Desor et Agassiz aux États-Unis, étudièrent attentivement le mode de reproduction d'une multitude d'autres Zoophytes ; ils étendirent beaucoup les résultats obtenus par le naturaliste norwégien et en tirèrent des conclusions générales.

Ainsi, il est bien établi aujourd'hui que les Méduses, animaux qui appartiennent à la classe d'Acaléphes, et les Sertulariens, animaux considérés jusqu'alors par tous les zoologistes comme faisant partie, ainsi que les Madrépores, de la classe de Polypes, ne sont que deux types ou formes organiques réalisés alternativement par les membres d'une même lignée de Zoophytes. Les Méduses engendrent les animaux polypiformes appelés Sertulariens, et les Sertulariens à leur tour donnent naissance à des Méduses. C'est là

un phénomène non moins remarquable que celui dont on serait témoin si un Reptile produisait un Oiseau qui lui même engendrerait un Reptile. Je ne crains donc pas de dire que le nom de Sars restera attaché à l'une des découvertes les plus importantes de la zoologie physiologique.

Ce naturaliste éminent ne s'est pas borné à l'étude des générations alternantes; il a observé et fait connaître une multitude d'animaux invertébrés des côtes de Norvége. Il commença, en 1846, la publication d'un grand ouvrage intitulé *Fauna littoralis Norwegiæ*, et inséra dans divers recueils périodiques un nombre considérable de travaux, parmi lesquels je citerai son mémoire sur le développement des Étoiles des mers ou Astéries, dont une traduction française parut, en 1844, dans les *Annales des sciences naturelles*. Je rappellerai également ses observations sur divers Crustacés des mers du Nord, tels que le *Lophogaster* et les Schizopodes, dont les pattes portent à leur base des organes oculiformes.

Ses recherches récentes sur les Lys de mer ou Crinoïdes méritent une mention spéciale ; on sait que ces Zoophytes répandus à profusion dans les mers de la période Palæozoïque ont presque complétement disparu de la faune actuelle. Dans nos mers, le type Crinoïde n'était représenté que par une Pentacrine des Antilles et par une forme transitoire de certaines Astéries qui, à l'état parfait, sont libres, mais, dans le jeune âge, vivent fixées sur une longue tige à la façon des Encrines. En 1864, Sars découvrit un nouveau Crinoïde qui vit à de très-grandes profondeurs dans la mer du Nord, près des îles Lafaten, et qui présente beaucoup d'analogie avec les Apiocrinites des époques anciennes. Il a désigné cet Echinoderme nouveau sous le nom de *Rizocrinus lafatensis* et en a donné une excellente histoire dans un mémoire écrit en français quoique publié à Christiania.

Les découvertes faites depuis quelques années et relatives à l'existence et au mode de distribution des animaux dans les grandes profondeurs de la mer, intéressent également les géologues et les zoologistes. C'est principalement aux explorateurs anglais et américains que nous devons ces conquêtes; mais Sars y a pris aussi une part considérable en faisant une longue série de recherches sur la faune sous-marine. Il a publié sur ce sujet plusieurs mémoires d'un grand intérêt ; le dernier de ces écrits date de 1868 et a été traduit en anglais peu de semaines avant sa mort (1).

Sars n'était d'ailleurs pas étranger aux recherches géologiques, ainsi que le prouvent ses observations sur les fossiles de la période glaciaire trouvés en Norvége.

---

(1) Voyez : *Annals and Magazin of natural history*, juin 1869.

En 1854 ce naturaliste infatigable quitta les environs de Bergen, pour aller occuper une chaire d'histoire naturelle à Christiania, et là il acquit de nouveaux titres à la reconnaissance publique, car il contribua puissamment à y développer les études zoologiques. Mais les sciences, auxquelles il s'était consacré sans réserves, n'avaient pu l'enrichir; il mourut pauvre et laissa sans ressources une jeune et nombreuse famille. — Son fils aîné, M. Oscar Sars, marche dignement sur ses traces et deviendra, nous n'en doutons pas, un des naturalistes les plus distingués de la Norvége; mais si ce jeune savant était obligé de pourvoir à l'éducation des orphelins dont il est aujourd'hui le seul soutien, le temps lui manquerait pour continuer les recherches entreprises par son père. La grande famille des hommes d'étude doit donc, dans l'intérêt de la science aussi bien que par reconnaissance pour l'auteur des découvertes dont je viens de dire quelques mots, l'aider à cette tâche, et la France voudra certainement s'associer à la pensée généreuse dont M. Gwyn Gefferies, membre de la Société royale de Londres, et M. Alglave, directeur de la *Revue des cours publics*, ont eu l'initiative; par leurs soins, une souscription a été ouverte en faveur de la veuve et des jeunes enfants de Michel Sars et nous sommes heureux de voir que les naturalistes n'ont pas été les seuls à répondre à cet appel.

Séance du 12 février 1870.

PRÉSIDENCE DE M. DELANOUE

La correspondance manuscrite comprend une lettre de M. Lefèvre, accompagnant son hommage d'une théorie géométrique élémentaire des opérations de bourse : il considère cette théorie comme devant servir de point de départ à de nombreux problèmes de géométrie élémentaire et analytique.

MM. Alix, Vaillant, P. Bert présentent M. Pruner-Bey, pour le titre de membre correspondant.

M. Laussedat fait une communication sur une méthode graphique pour la construction des cartes qui servent à annoncer les éclipses de Soleil pour la Terre en général.

M. Ribaucour expose des recherches sur la théorie des surfaces.

M. Vaillant annonce la découverte faite à Montpellier d'une espèce d'Annélide lombricine des pays chauds.

M. Vaillant ayant donné sa démission de vice-secrétaire, en conséquence de la modification apportée dans la dernière séance à l'article 14 du réglement, la Société procède à l'élection d'un vice-secrétaire choisi dans la deuxième section; M. Janssen obtient l unanimité des suffrages.

En conséquence, M. Janssen est nommé vice-secrétaire pour l'année 1870.

La Société se forme en comité secret.

M. Transon lit un rapport sur les travaux de M. Vallès, ingénieur en chef des ponts et chaussées, candidat au titre de membre titulaire.

A la suite de ce rapport, M. Transon, pour faire mieux apprécier les titres du candidat, communique à la Société une étude plus complète de deux travaux importants de M. Vallès.

La séance est levée à 10 heures 1/2.

Le Secrétaire,

Paul Bert.

Sur une méthode graphique propre à la construction des cartes qui servent à annoncer les éclipses de Soleil pour la Terre en général, par M. Laussedat.

Les astronomes ont pendant longtemps fait usage de procédés graphiques pour résoudre approximativement des problèmes qui exigent beaucoup de temps quand on les traite par le calcul et d'une manière rigoureuse. Les éclipses de Soleil, les occultations des étoiles ou des planètes par la Lune, les passages des planètes intérieures sur le disque du Soleil, sont dans ce cas ; et, quoique les méthodes de calcul aient été beaucoup perfectionnées et simplifiées, quoique les résultats auxquels elles permettent d'atteindre aient un degré de précision supérieur à celui que donnent les con-

structions géométriques, on ne devrait pas entièrement négliger ces dernières. Dans un grand nombre de circonstances, en effet, l'approximation déjà assez grande qu'elles procurent en très-peu de temps suffit, non-seulement pour annoncer l'instant où doit se produire le phénomène dont on s'occupe dans une station déterminée, mais pour étudier l'ensemble et les détails de ce phénomène pour la Terre en général.

Un premier motif, qui suffirait à lui seul pour recommander l'ingénieuse méthode dite des projections, c'est qu'elle offre, comme toutes celles dont se sert la géométrie descriptive, l'avantage de rendre sensible ce que les formules et les résultats numériques eux-mêmes laissent à peine entrevoir, à moins qu'on ne les traduise en tracés graphiques.

En nous bornant aujourd'hui aux éclipses de Soleil, nous ferons remarquer précisément que pour faire embrasser d'un coup d'œil ce qui se passe à la surface de la Terre, quand la pénombre et quelquefois même l'ombre de la Lune viennent la rencontrer, on ne trouve rien de mieux à faire que de construire des cartes sur lesquelles on rapporte les résultats de calculs toujours longs à effectuer.

Or, sauf pour le cas d'une région privilégiée où l'on doit s'attendre à voir affluer les observations et pour laquelle il convient de construire des cartes spéciales à grande échelle, le calcul n'est pas nécessaire en général et les construction graphiques suffisent.

Je me suis proposé d'en fournir la preuve en construisant une épure très-simple sur laquelle j'ai relevé tous les éléments nécessaires au tracé de la carte de l'éclipse du 21-22 décembre 1870. Cette carte, rapprochée de celle qui a été publiée dans la *Connaissance des temps* et qui a été rédigée d'après les calculs de M. Laugier, la reproduit avec une exactitude qui va presque jusqu'à l'identité.

La méthode que j'ai suivie est celle dont les astronomes du siècle dernier faisaient usage, avec une modification qui a pour but d'en accroître la précision. Cette modification, dont j'ai eu l'idée avant de savoir qu'elle avait été imaginée longtemps auparavant par le célèbre géomètre Lambert, peut être définie en deux mots : c'est une transformation de la projection orthographique en projection stéréographique. Je

ne sache pas qu'elle ait été utilement appliquée jusqu'à présent, et, en la remettant au jour, j'ai cherché à en tirer toutes les conséquences utiles. C'est ainsi que, sur la carte que j'ai l'honneur de mettre sous les yeux de la Société, j'ai multiplié les lignes des phases et j'ai en outre tracé un second système de lignes destinées à indiquer l'heure de la plus grande phase. Ces deux systèmes forment un réseau au moyen duquel on peut immédiatement, ou par une interpolation à vue, assigner en chacun des lieux de la Terre atteint par l'ombre ou par le pénombre de la Lune, la grandeur de la phase maxima et l'heure où on l'y observera, cette heure étant exprimée en temps vrai ou en temps moyen du lieu considéré.

La construction de l'épure et celle de la carte n'exigent en tout qu'un petit nombre d'heures, tandis qu'il faut consacrer un assez grand nombre de jours au calcul complet d'une éclipse de Soleil.

Sur la théorie des surfaces, par M. Ribaucour.

M. l'abbé Aoust, dans son livre *sur les coordonnées curvilignes*, démontre une propositition, que j'ai aussi énoncée devant la Société, par laquelle on ramène la recherche du second système de lignes de courbure des surfaces sur lesquelles le premier système se compose de cercles, à la recherche des trajectoires orthogonales d'une série de cercles tracés dans un plan.

Ce second problème ne peut être résolu d'une manière générale, mais je vais faire voir qu'une solution suffit pour en déterminer une infinité d'autres.

Désignons par (O) la courbe lieu des centres des cercles. Soient R le rayon de courbure de (O) en O, r le rayon du cercle de centre O, θ l'angle de la tangente en O à (O) avec une direction fixe, i l'angle que la tangente à une trajectoire orthogonale des cercles, au point où elle rencontre le cercle

de centre O, fait avec la tangente à (O) en O; on trouve facilement l'équation

$$d\theta\left(\frac{1}{\sin i}+\frac{R}{r}\right)=\frac{di}{\sin i}$$

dont l'intégrale donnerait toutes les trajectoires orthogonales. On peut faire varier R et r considérés comme fonction de θ, pourvu que leur rapport reste constant, sans changer l'intégrale. Dès lors, prenons une courbe arbitraire (O') et faisons correspondre à chaque point O de (O) le point O' de (O') où la tangente est parallèle à celle de (O) en O; soit R' le rayon de courbure de (O') décrivons de chaque point O' de (O') comme centre un cercle de rayon r' défini par l'équation

$$\frac{r'}{R'}=\frac{r}{R}.$$

Il est clair que les trajectoires orthogonales des cercles de la seconde série correspondent par parallélisme de leurs éléments à celles des cercles de la première série.

De ceci résulte que la connaissance des trajectoires orthogonales d'une suite de cercles conduit à celle d'une famille de surfaces avec deux fonctions arbitraires, surfaces sur lesquelles on connaît le deuxième système de lignes de courbures, le premier se composant de cercles.

Il résulte aussi de la communication que j'ai faite à la Société, que l'on connaît les trajectoires orthogonales de cercles orthogonaux à un cercle fixe; c'est-à-dire que nous pouvons donner l'équation contenant trois fonctions arbitraires de surfaces enveloppes de sphères sur lesquelles nous connaissons l'intégrale du système de lignes de courbure non circulaires.

Je terminerai cette communication par une démonstration très-simple d'une proposition donnée par M. O. Bonnet dans son mémoire sur les surfaces applicables l'une sur l'autre.

M. Bonnet se propose la recherche de toutes les surfaces sur lesquelles les lignes de courbure sont des cercles géodésiques.

Si une ligne de courbure tracée sur une surface (S) est un cercle géodésique, il y a une sphère qui coupe à angle droit (S) suivant cette ligne de courbure ; soit (A) la ligne lieu des centres des sphères coupant (S) suivant toutes les lignes de courbure du premier système, et (B) la ligne lieu des centres des sphères coupant (S) suivant les lignes de courbure du second système; il est clair que chacune des sphères ayant son centre sur (A) est orthogonale à chacune des sphères ayant son centre sur (B) ; donc, d'après les propriétés des sphères orthogonales, toute corde de (A) est orthogonale à une corde quelconque de (B). Or, cela ne peut se faire que dans les conditions suivantes :

1° (A) est une droite et (B) est une courbe tracée dans un plan perpendiculaire à (A) ; ou (B) est une droite et (B) est située dans un plan perpendiculaire à (B) ;

2° (A) et (B) sont deux droites rectangulaires.

Le second cas rentre dans le premier : supposons donc (A) rectiligne ; il est visible que (A) est située sur la développable, lieu des tangentes à une ligne de courbure normale aux sphères qui ont leurs centres sur (A) ; cette développable est donc plane. Donc aussi, toutes les lignes de courbure d'un système sont planes ; comme elles sont aussi sphériques, la surface est une enveloppe de sphères ; de plus, toutes les sphères enveloppées sont orthogonales aux sphères qui ont leurs centres sur (A) et qui coupent (S) suivant les lignes de courbure du second système ; il résulte immédiatement qu'elles passent toutes par deux points de (A) symétriques par rapport au plan de (B) :

Dans le cas où (B) est aussi rectiligne, la surface (S) a ses deux systèmes circulaires et l'on peut dire avec M. Bonnet :

Les surfaces dont les deux systèmes de lignes de courbure sont composés de cercles géodésiques, sont des enveloppes de sphères passant par deux points fixes.

Sur l'acclimatation d'une Annélide Lombricine dans le midi de la France, par M. L. Vaillant.

Dans la séance du 2 novembre 1867, j'ai eu l'honneur de présenter à la Société le résultat de recherches sur l'anatomie de certains Vers lombricins de l'Ile-de-France, se rapportant au *Perichœta cingulata*. La communication que je désirerais faire aujourd'hui peut se rapprocher de la précédente, puisqu'elle a trait à un animal du même genre, que des circonstances particulières m'ont permis d'observer à l'état vivant.

Au commencement de l'année dernière, M. Guinard, de Montpellier, me parla d'un Ver de terre remarquable par la vivacité de ses mouvements, qu'il avait observé dans le terreau d'une serre chaude des environs chez M. Fages, agrégé à la Faculté de médecine. Je lui témoignai le désir d'examiner ces animaux dont l'étude m'offrait un intérêt particulier; ce fut seulement le 20 mai qu'il put s'en procurer trois, qu'il voulut bien m'envoyer à Paris, où ils n'arrivèrent pas malheureusement en parfait état; mais quelques jours plus tard, il m'en expédia de nouveau sept que j'ai pu conserver quelque temps. Il est encore impossible de savoir au juste de quelle localité proviennent les individus souches dont le transport a donné lieu à l'acclimatation de cette curieuse espèce; M. Fages les avait reçus avec des Orchidées envoyées par M. Mazel de Monsauve (près Anduze), dans les serres duquel ce Ver s'est également propagé.

Ces Lombricins ont de treize à quinze centimètres de long sur environ deux millimètres et demi de large. Leur couleur est d'un brun rougeâtre chatoyant vers le bleu en dessus, plus pâle à la partie ventrale, la ceinture est d'un jaune d'ocre. Cette dernière présente cette particularité d'être en quelque sorte en retrait sur le diamètre du reste de l'animal; elle est évidée au lieu d'être gonflée, saillante comme chez les autres animaux du même groupe. Le nombre des

anneaux préclitellins est de 12, la ceinture, sur laquelle il est impossible de distinguer aucune annélation, formant le treizième; en arrière on en compte environ 93, ce qui porte le nombre total à 106. Chacun des anneaux est entouré d'une sorte de couronne formée de soies également distancées au nombre de 38 à 44 sur chacun d'eux. Ces soies, très-peu courbées, obtuses à leur extrémité libre, sont longues de $0^{mm},479$ et larges de $0^{mm},036$. A la face ventrale du second anneau post-clitellin se voient deux perforations correspondant aux ouvertures des canaux déférents (*vulves* des anciens auteurs); je n'ai pu découvrir dans leur voisinage rien qui parût représenter les papilles accessoires que j'ai décrites dans deux animaux voisins, comme étant sans doute destinées à assurer l'adhérence des individus lors de la copulation. Ces Vers, comme cela a lieu dans quelques espèces de Lombrics, lorsqu'on les irrite, font sortir par les pores dorsaux dont ils sont munis un liquide jaune verdâtre.

Mais ce qui les rend surtout remarquables et ce qui avait justement frappé M. Guinard, c'est leur vivacité. Suivant sa remarque: « Ils sont très-difficiles à capturer vu leur extrême » agilité qui les fait s'enfoncer dans la terre avec une promp- » titude extraordinaire. » Si on les place sur un plan résistant et qu'on les tourmente, ils se contractent, se tordent, se détendent avec une force telle, qu'ils peuvent sauter à une hauteur de quatre ou cinq centimètres; des Vers de terre ordinaires (*L. terrestris*, *L. fœtidus*) très-vigoureux cependant, placés dans les mêmes conditions, peuvent à peine quitter le sol. Ces faits s'expliquent facilement par le point d'appui que donnent aux organes contractiles les soies plus nombreuses qui hérissent chaque anneau. Enfin, en ce qui concerne leur manière de progresser, ces Vers offrent encore une particularité digne d'intérêt. Lorsqu'on les examine se mouvant sur le sol, on voit qu'ils font sortir la portion du tube digestif qui avoisine l'ouverture buccale, elle est de couleur blanche, s'étale sur les objets, s'y applique exactement, grâce à sa mollesse, et remplit ainsi l'office d'une véritable ventouse, donnant un point fixe pour la rétraction qui rapproche l'extrémité caudale. Il résulte de cette disposition que le mode de production de ces Vers participe de celui des Sangsues et de celui des Lombrics.

Dans un article récent, M. Baird (1) a signalé un fait d'acclimatation dans le nord du pays de Galles, d'un Ver très-voisin, sinon identique à celui dont je viens de parler; c'est également avec des Orchidées que l'importation aurait eu lieu. Les mœurs de l'animal sont les mêmes, la description et la figure concordent assez bien avec celles du Ver qui fait l'objet de cette note, cependant le nombre des soies est plus considérable, il y en aurait 60. Malgré cette différence, je serais porté à réunir les deux espèces; il est toutefois fâcheux que l'auteur qui a figuré les soies n'en donne pas les dimensions exactes. La coïncidence de ces observations ne laisse pas que d'être curieuse.

M. Baird donne à son espèce le nom de *Megascolex diffringens*. Je ne partage pas l'opinion de cet auteur sur l'opportunité de supprimer le genre *Perichæta* de Schmarda, dans lequel doit rentrer l'animal en question. En se basant sur la disposition des soies qui, comme on peut le voir par ce que j'ai observé plus haut, paraît très-importante dans ce groupe au point de vue de la locomotion, l'absence de ces appendices sur la région dorsale dans le premier genre, leur présence tout autour du corps dans le second, me paraissent des motifs suffisants pour les maintenir l'un et l'autre.

Analyse de deux publications mathématiques de M. Vallès, ingénieur en chef des ponts et chaussées, par M. A. Transon.

1° *Etudes philosophiques sur la science du calcul.* (1841).

2° *Des formes imaginaires en algèbre et de leur interprétation en abstrait et en concret* (1869).

Dans les *Etudes philosophiques sur la science du calcul* le principal objet de l'auteur était d'exposer ses idées sur l'interprétation

---

(1) Description of a new Species of Earthworm *(Megascolex diffringens)* found in North-Wales. — Proceedings of the Zool. Soc. p. 40. 1869.

des quantités imaginaires. C'est en vue de cet ouvrage que, dix ans plus tard, M. Cauchy, lorsqu'il a établi les principes de sa nouvelle théorie des intégrales définies, citait le nom de M. Vallès avec ceux de Buée, Argant, Français, Mourey et Faure (*Mémoires de l'Académie des sciences* T. XXII.) Mais M. Vallès ayant repris l'ensemble de ses idées et les ayant développées dans sa dernière publication, c'est de celle-ci seulement que je vais entretenir la Société.

Comme les géomètres qui l'avaient précédé dans la même voie, M. Vallès trouve dans la géométrie, et notamment dans les chemins rectilignes de direction diverse tracés sur un même plan, l'interprétation naturelle des formes imaginaires. D'ailleurs au point de vue abstrait il voit dans le symbole des imaginaires l'indication d'une opération impossible sur les nombres, et de même que l'universalité des auteurs il explique l'emploi en abstrait d'un tel symbole par la circonstance que des opérations inverses de celles qui l'introduisent dans le cours d'un calcul peuvent ensuite le faire disparaître du résultat final.

Ce résumé exact, mais trop concis, ne donnerait qu'une idée très-imparfaite du livre de M. Vallès; car premièrement l'auteur ne se borne pas à l'étude des formes imaginaires.

Dans une première partie de son livre, il traite au point de vue abstrait des formes diverses que l'algèbre associe à l'idée primitive du nombre ; et dans une seconde partie, qui est pour lui celle du point de vue concret, il examine comment ces diverses formes se réalisent dans les grandeurs physiques. Ce double point de vue le conduit à des appréciations qui ne me paraissent pas toutes également incontestables, mais qui toutes intéressent la philosophie de la science.

Et d'abord au point de vue abstrait, le nombre proprement dit, cette matière première de l'algèbre, c'est *unité* et *pluralité*. Or, pour l'auteur, l'idée d'unité est une idée simple, irréductible, n'admettant aucune diminution ou décomposition sans cesser d'être; de sorte que pour lui il n'y a pas d'autres nombres que des nombres entiers.

Cependant le calcul conduit à des formes diverses, d'abord à la forme fractionnaire, puis à la forme irrationnelle, ensuite aux formes opposées du positif et du négatif, et enfin aux formes imaginaires.

Dans chacune de ces formes, l'auteur considère des objets distincts : d'abord un ou plusieurs nombres qui dépouillés du symbole littéral dont l'algèbre les a revêtus ne pourraient se produire que comme nombres entiers; puis les indices d'une ou de plusieurs opérations qui en abstrait demeurent inexécutables, soit

sur la généralité des nombres comme lorsqu'il s'agit de la division ou de l'extraction des racines, soit sur les totalités comme lorsqu'il s'agit de l'extraction des racines de degré pair d'un nombre affecté de la forme négative. Aussi bien n'est-ce jamais, selon notre auteur, sur les nombres abstraits des formules que s'exécutent ces diverses opérations. Il observe en effet que, dans l'ordre des applications, les nombres impliqués dans les formules n'y sont le plus souvent que les coefficients de quelque unité concrète que sous le nom de *modules*, il distingue de l'unité abstraite ou numérique. A la vérité les modules ne sont presque jamais exprimés dans les calculs d'application; mais le calculateur les sous-entend toujours. — Quoi qu'il en soit dans toute formule, il n'y a que *nombres* et *indices d'opérations*. — Nombres entiers *construits* avec l'unité abstraite ; opérations *à effectuer* sur les modules. — Et par conséquent la formule sera ou ne sera pas applicable à un ordre concret particulier selon que le module correspondant est ou n'est pas apte à subir ces opérations.

Tel m'est apparu, à travers beaucoup de détails que j'ai dû omettre, l'enchaînement des idées de l'auteur, enchaînement très-propre à faire comprendre la division de son livre en deux parties; la première ayant pour objet de passer en revue les diverses formes ou opérations de l'algèbre; la seconde d'examiner les divers attributs de la grandeur auxquels ces formes ou opérations peuvent correspondre. Ces attributs, selon M. Vallès, se réduisent à deux, la continuité et la direction, mais avant d'examiner cette seconde partie du livre, je tiens à faire quelques réserves au sujet de la première.

Quelqu'ingénieuse que soit l'explication des formes de l'algèbre qu'a donnée M. Vallès, je doute qu'elle puisse être acceptée. L'idée de l'unité en mathématiques ne me paraît pas être, comme en métaphysique, une idée irréductible. Dès le premier pas dans la science on apprend à constituer un système de numération avec des unités de différents ordres, de sorte que, sans recourir à aucune considération concrète, l'esprit est tout préparé à voir l'unité principale se décomposer en unités d'ordres inférieurs, ceux-ci soumis ou non à la même progression que les ordres supérieurs. Le nombre fractionnaire existe donc en abstrait aussi bien que le nombre entier. Après cela, par le principe des limites, le nombre irrationnel ou incommensurable se définit à l'aide du nombre commensurable. — Quant aux états positif et négatif, il est bien vrai que pour avoir raison de l'erreur trop longtemps persistante qui consiste à considérer les signes caractéristiques de ces deux états comme des signes d'addition ou de soustraction, il faut avoir recours à des exemples puisés dans l'ordre concret

mais il n'est pas moins vrai qu'en fait les nombres positifs ou négatifs sont considérés, par tous les calculateurs, comme apportant dans le calcul les conséquences qui résultent de leurs qualités opposées, sans que d'ailleurs il y ait lieu de se préoccuper des grandeurs physiques qu'ils pourraient représenter dans une application particulière. Il n'y a donc, dans l'état actuel de la science que les seules formes imaginaires, dont il serait à propos de dire avec M. Vallès qu'elles impliquent une opération inexécutable sur les nombres et cependant réalisable sur certaines sortes de grandeurs. Ce serait un mode de transaction à offrir à ceux qui persistent à rejeter ces formes en dehors de la réalité.

Cependant, puisqu'on s'est habitué à considérer les états positif et négatif comme des qualités abstraites du nombre réel, je ne doute pas qu'on en vienne un jour à admettre que la qualité correspondante à la forme imaginaire peut convenir également à des nombres réels; c'est pourquoi, moi-même, dans quelques écrits, je n'ai point hésité à attribuer à ces formes la dénomination de *nombres directifs*, autrefois proposée par Mourey, préférablement à celle de *nombres complexes* qui semble être en faveur auprès des géomètres, mais qui semble laisser indécise la question de réalité.

J'arrive maintenant à la seconde partie du livre de M. Vallès. — On comprend d'abord que c'est seulement aux grandeurs continues que se peuvent appliquer les formes fractionnaires et les formes irrationnelles. Mais déjà la subdivision de grandeur en parties de plus en plus nombreuses ne suffit pas à réaliser exactement la forme irrationnelle, et, d'une manière générale, des parties si petites qu'elles soient ne sauraient constituer les éléments de la continuité. C'est par la conception des infiniment petits que les géomètres ont pu étudier dans sa génération même toute grandeur continue, et c'est là que M. Vallès place avec raison le point de départ du calcul différentiel. Mais qu'est-ce que l'infiniment petit? Est-ce une grandeur saisissable? ou bien y a-t-il au delà des parties divisibles un dernier terme indivisible dont l'existence échapperait à toute vérification et que cependant la raison devrait concevoir comme l'élément des grandeurs? M. Vallès adopte cette opinion; mais quoiqu'elle ait été autrefois préconisée par des auteurs recommandables, cette opinion dans l'état actuel de la science ne paraît pas admissible. Ce fut, comme on sait, le principe de la célèbre théorie des indivisibles de Cavalleri. Pour ce géomètre le point est l'élément de la ligne; la ligne est l'élément de la surface, et la surface l'élément du solide. En d'autres termes, pour lui la ligne est une somme de points en nombre infini; la surface une somme de lignes; le solide une somme de surfaces. — Ce premier pas franchi, on a à

la vérité la démonstration facile d'une foule de théorèmes. Ainsi, pour en citer un seul exemple, on voit que deux parallélogrammes de même base et de même hauteur renferment une même somme de lignes égales entre elles et à la base commune; on en conclut que leurs aires sont égales. — Mais aussi on cotoye incessamment de nombreux précipices ; car il est bien difficile par exemple de ne pas voir le même nombre de points dans deux circonférences de cercle dont les centres coïncident ; et alors il faudrait dire que ces circonférences sont égales quelle que fût l'inégalité de leurs rayons. — Quoi qu'il en soit, quand Leibnitz a posé pour axiome son célèbre principe que *deux quantités sont égales lorsqu'elles ne diffèrent entr eelles que d'un infiniment petit*, que faisait-il autre chose que transporter la conception géométrique de Cavalleri dans la génération du nombre ; qu'introduire l'indivisible dans le calcul? De là, pendant plus d'un siècle, tant de discussions stériles ; car si l'infiniment petit est quelque chose de réel, comment concevoir que les deux quantités mentionnées dans l'axiome de Leibnitz soient égales ? et d'autre part si l'infiniment petit est dépourvu de toute grandeur, l'axiome en question n'est plus qu'une tautologie, et surtout on ne comprend pas que des éléments sans grandeur puissent produire par leur répétition des grandeurs véritables. — C'est sans doute en vue de ces contradictions que Lagrange a entrepris d'établir *les principes du calcul différentiel en les dégageant de toute considération d'infiniment petits ou d'évanouissants,* puisque tel est précisément le second titre de sa célèbre *Théorie des fonctions analytiques.* Mais, outre que cette entreprise n'a pas obtenu, au moins au point de vue philosophique, l'assentiment des géomètres, le calcul des infiniment petits est si essentiel au progrès de la science que Lagrange s'en est constamment servi dans ses autres travaux. — Poisson, vers la fin de sa carrière a cru éclaircir la difficulté en introduisant, dans la seconde édition de sa Mécanique, une nouvelle définition de l'infiniment petit ; mais des grandeurs qui seraient, comme il le suppose, *moindres que toute grandeur donnée*, se laisseraient bien vite réduire à n'être plus que de véritables zéros ; et alors renaîtraient toutes les contradictions qu'on oppose à l'axiome de Leibnitz. — C'est à M. Cauchy qu'on doit d'avoir débarrassé de toute obscurité ce qu'on appelle la métaphysique du calcul différentiel. Aux éléments de la grandeur continue, le calcul substitue les éléments d'une grandeur discontinue et par conséquent mesurable ; aux éléments de l'arc curviligne, par exemple, les éléments du polygone inscrit ; et, grâce à cet artifice, la génération de la grandeur continue est étudiée au moyen des lois de la génération discontinue. Il n'est donc plus permis de dire que le point sans étendue

soit l'élément de la ligne ; que l'indivisible soit l'élément de la quantité divisible.

Quoi qu'il en soit, c'est bien à la continuité que se rapportent les formes fractionnaires et irrationnelles, et aussi les symboles du calcul différentiel et intégral ; M. Vallès montre ensuite que les trois formes, positive, négative et imaginaire, sont réalisées par l'attribut de direction.

Sur cela il faut d'abord remarquer que la troisième de ces formes comprend les deux autres puisque, de l'aveu de tous les analystes, les quantités réelles dites positives ou négatives sont des cas particuliers des quantités dites imaginaires ; et aussi puisqu'au point de vue géométrique le positif et le négatif ne sont que deux directions particulières entre toutes celles qu'on peut concevoir à partir d'un point donné. De plus, à l'égard des états positif et négatif, on sait qu'ils sont réalisés autrement que par des grandeurs géométriques. Ainsi la durée du temps à partir d'un moment donné, la supputation du gain dans une entreprise industrielle, l'interférence des ondes dans un fluide élastique, sont aussi bien que la longueur d'un chemin, susceptibles de deux états opposés. Il semble au contraire que les formes imaginaires doivent appartenir exclusivement à la géométrie. C'est ainsi du moins que l'ont entendus tous ceux qui jusqu'a présent s'étaient occupés de l'interprétation de ces formes. Mais M. Vallès a vu la chose d'un point de vue plus élevé qui lui a permis de concevoir l'attribut de direction en un sens en quelque sorte universel, et par conséquent de le mettre sur la même ligne que l'attribut de continuité.

« Lorsqu'une espèce de quantité, dit l'auteur, possédera entre les » deux états opposés qu'on appelle positif et négatif un troisième » état intermédiaire, et lorsque ce troisième état sera tel que si » après avoir fait, pour l'obtenir, certaines opérations sur l'état » positif, il arrive qu'en répétant sur cet état intermédiaire les » mêmes opérations et dans le même ordre, on passe à l'état » négatif, ce troisième état, disons-nous, devra être représenté » dans l'algèbre par l'expression $\sqrt{-1}$. »

« Par ce moyen, dit encore M. Vallès, nos principes se géné- » ralisent, et l'on voit que ce n'est pas une interprétation seule- » ment géométrique des expressions imaginaires que nous présen- » tons ici, mais une interprétation également applicable à toutes » les quantités dont les divers modes d'existence sont définis par » des conditions analogues à celles qui régissent entre elles les » directions, soit opposées, soit perpendiculaires. »

Avec l'auteu rencore, nous entendons bien que si une telle sorte de quantités admettait des modes d'existence analogues à celles qui

régissent entre elles, non-seulement les directions positive, négative et perpendiculaire, mais aussi les directions inclinées sous un angle quelconque, cette sorte de quantité recevrait naturellement l'application du symbole le plus général des imaginaires.

C'est à cette hauteur que déjà en 1841, dans les *Études philosophiques sur la science du calcul,* M. Vallès plaçait l'interprétation du symbole $a + b\sqrt{-1}$.

Dans un dernier chapitre qui a pour titre : *De la combinaison de l'attribut de continuité avec l'attribut de direction,* M. Vallès donne, de plusieurs problèmes relatifs à la ligne droite, au cercle et aux trois sections coniques, des solutions qui ne diffèrent pas essentiellement de ce qu'on peut trouver sur ces sortes de questions dans les auteurs qui ont admis la même interprétation géométrique des formes imaginaires.

Études sur les inondations, par M. Vallès, ingénieur en chef des ponts et chaussées, analyse par M. A. Transon.

..... M. Vallès a publié en 1857, un ouvrage intitulé *Études sur les inondations.* C'est un traité complet sur la matière formant un volume in-8° de 524 pages, avec planche. En 1860, M. Vallès a publié sous le titre de *Nouvelles études sur les inondations* un mémoire confirmatif de ce traité; et en 1865 une brochure in-8 de 184 pages intitulée *De l'aliénation des forêts au point de vue gouvernemental, financier, climatologique et hydrologique.* Ces deux dernières publications, ayant pour objet principal de corroborer les vues théoriques et le idées pratiques exposées dans les études de 1857 je me bornerai à analyser ce premier ouvrage.

Je donnerai d'abord une idée de l'ensemble en disant que l'au, teur commence par étudier le phénomène général de l'arrosement du globe, et que cette idée le conduit à quelques résultats généraux qui n'avaient pas encore été aperçus; que traitant ensuite des crues extraordinaires, il constate à la fois les désastres qu'elles produisent et les avantages qu'on pourrait en tirer. Ceci le conduit à critiquer le système des digues longitudinales, unique moyen de défense employé jusqu'à présent contre les inondations; puis à substituer à ce système un ensemble de moyens propres à préve-

nir le mal et surtout à en faire sortir de nombreux bienfaits pour l'agriculture, pour les usines et pour la navigation intérieure. Arrivé à ce point il discute les théories et les projets qu'on a présentés antérieurement sur ces matières, en tant que les auteurs de ces théories et de ces projets sont en désaccord avec lui. Enfin il marque son œuvre du cachet de l'ingénieur en donnant le détail des dépenses qu'entraînerait son système si on voulait l'appliquer aux vallées principales de la France, et il ne manque pas à l'obligation d'indiquer aussi les voies et moyens à employer pour faire face à ces mêmes dépenses.

Je reprends sommairement quelques-unes de ces idées.

L'arrosement du globe provient, comme on sait, des vapeurs contenues dans l'atmosphère; vapeurs qui se condensent en pluie ou neige, rosée et brouillards. Une partie de l'eau condensée trouve à la surface un écoulement qui la conduit aux torrents et aux fleuves; une autre partie est absorbée par le sol, et une autre encore rentre dans l'atmosphère en s'évaporant à la surface des nappes liquides ou à celle des terres humectées, ou bien encore après avoir concouru à la nutrition des plantes.

Le choix des moyens à employer pour prévenir les inondations ou pour y porter remède dépendant essentiellement de l'opinion qu'on se sera formée sur l'importance relative de l'évaporation et de l'absorption, M. Vallès s'applique à faire voir qu'on a beaucoup exagéré les effets de l'évaporation et qu'on a trop souvent méconnu ceux de l'absorption.

Le rapprochement des documents très-nombreux réunis par l'auteur lui fait admettre que « la quantité annuelle d'eau qui » fait évolution dans l'atmosphère, soit par suite de l'évaporation » sur les continents, soit pour les nécessités de la vie organique » des plantes, est représentée dans nos climats par une tranche » de $0^m,175$ de hauteur moyenne. » — Ce n'est donc qu'une faible partie de la pluie annuelle, puisque celle-ci est représentée moyennement, sur le versant océanique de la France, par une tranche de $0^m,700$; et sur le versant méditerranéen par $0^m,800$.

D'ailleurs il ne faudrait pas considérer les $0^m,175$ d'eau rendue à l'atmosphère comme une diminution réelle de l'arrosement pluvial, cette perte étant sensiblement compensée par les condensations de vapeur en rosée et brouillard qui échappent aux indications de l'udomètre. Je supprime les raisons très-plausibles données par M. Vallès pour établir la réalité de cette compensation, et je ne veux recueillir des deux premiers chapitres de son livre que la loi remarquable qui se produit dans les climats tempérés par rapport à la quantité d'eau employée au maintien de la vie organique.

Je viens de dire qu'une tranche de 0m,175 représente moyennement en France l'évaporation annuelle, et j'ajoute que cette quantité ne subit pas une variation importante lorsqu'on passe d'une contrée à une autre. On trouve de plus que, dans des régions très-diverses, l'absorption par les terres a une valeur sensiblement uniforme; c'est ce qui résulte du tableau suivant :

BASSINS.	HAUTEUR DES TRANCHES REPRÉSENTANT		
	LA PLUIE ANNUELLE.	L'ÉCOULEMENT PAR LES FLEUVES.	L'ABSORPTION PAR LES TERRES.
	mètres.	mètres.	mètres.
Seine....	0,612	0,117	0,435
Garonne .	0,773	0,401	0,372
Saône....	0,850	0,438	0,416
Rhône...	0,992	0,580	0,342
Pô.....	1,220	0,781	0,439

« Tandis que les nombres de la première colonne, mesures de la pluie, diffèrent beaucoup les uns des autres, de manière à varier du simple au double ; et tandis que ceux de la seconde, mesures de l'écoulement de surface, présentent des écarts beaucoup plus grands encore ; ceux de la troisième, au contraire, conservent une valeur sensiblement uniforme, la plus grande différence des uns aux autres n'atteignant pas tout à fait 0m, 10.

» Ainsi, soit qu'on s'occupe des eaux qui s'évaporent à la surface des continents, soit qu'on porte son attention sur celles que l'absorption fait disparaître, on est conduit à constater que leurs volumes respectifs ne subissent que de fort légères variations quand on passe d'un pays à un autre, et ceci nous révèle une loi d'équilibre naturel, digne de toute notre attention.

» Si on se bornait à apprécier l'importance du phénomène de la pluie par les résultats annuels des mesures udométriques, on serait conduit à cette conclusion que les conditions de la vie organique (animale et végétale) sont soumises à d'énormes variations. puisque sans sortir de nos climats tempérés, la quantité annuelle de pluie varie du simple au double et même au triple suivant les localités.

» Mais ici intervient cette belle et grande loi d'équilibre, en vertu de laquelle ces variations considérables de la masse des eaux que l'atmosphère nous envoie s'effacent par l'effet de l'écoulement de surface, dans lequel elles se résument à peu près en entier et disparaissent avec lui ; de telle sorte que la différence entre l'eau

tombée et celle écoulée par les fleuves, cette différence qui, en humectant les plantes, la terre et l'atmosphère, est, sur le globe, le principe de toute vie; cette différence, disons-nous, est à peu près constante, et produit en tous lieux une même provision de ressources en regard d'une même somme de besoins (*Etudes*, etc., p. 188.) »

A l'étude des conditions moyennes de l'arrosement du globe succède, dans le livre de M. Vallès, l'étude des crues subites qui produisent les inondations. Mais dans cette autre loi de la nature où l'ignorance ne voit qu'un fléau destructeur, la science découvre le principe d'une série d'harmonies bienfaisantes. — Déjà aux époques géologiques les cataclysmes diluviens, revêtant la surface du globe d'un manteau de terres meubles, préparaient de loin un sol accessible à la culture. De nos jours on ne voit guère dans les inondations qu'un obstacle au succès des travaux agricoles; soit que la masse des eaux se répandant sur une vaste surface y détruise les récoltes, soit que leur vitesse les rende capables de bouleverser le sol et de renverser tout ce qu'elles rencontrent sur leur passage. Et pourtant ce qu'il y a surtout à constater dans ces effets terribles c'est, selon notre auteur, l'imprévoyance de l'homme et sa négligence à profiter des forces que la nature met à sa disposition, car outre que les fortes crues ont l'inappréciable avantage de débarrasser l'embouchure des rivières des dépôts encombrants apportés par la mer, M. Vallès remarque que, d'une part, il suffirait d'amortir la vitesse des eaux dans les crues extraordinaires pour que le dépôt de leurs troubles rendît à des terres épuisées leur fertilité première, et, d'autre part, que si on parvenait à emmagasiner une partie notable des eaux pluviales, non-seulement on diminuerait la hauteur des inondations dans les années critiques, mais qu'on aurait dans les années ordinaires le moyen d'irriguer les terres, d'assurer le mouvement des usines en temps de sécheresse, et enfin de régulariser la navigation des rivières et des canaux en maintenant leurs niveaux à des hauteurs convenables.

M. Vallès condamne le système des digues longitudinales, c'est-à-dire élevées parallèlement au cours des fleuves, système pratiqué jusqu'à nos jours dans la plupart des vallées; notamment dans celles de la Loire, du Rhône, de l'Isère, de la Garonne et du Pô; ce en quoi il est parfaitement d'accord avec M. Dausse qui depuis longtemps a signalé l'insuffisance et les graves dangers de ce système.

Pour atteindre le but essentiel, qui est d'amortir les vitesses de l'inondation lorsque l'abondance des pluies la rend inévitable, le moyen proposé par M. Vallès est de substituer aux *digues longitudinales*, très-faussement supposées insubmersibles, « un système de

» *digues transversales* qui seraient établies de distance en distance
» sur les plaines des deux rives, normalement aux cours d'eau,
» digues qui auraient leur couronnement horizontal un peu plus
» élevé que celui des plus fortes inondations et qui se relieraient
» d'une part aux coteaux, d'autre part aux bords du fleuve, par
» des plans inclinés. »

On comprend en effet que l'intervalle entre deux digues transversales consécutives offrirait aux eaux d'inondation un espace où elles se répandraient en y perdant progressivement toute leur vitesse.

Dans une vallée comme celle de la Loire déjà pourvue depuis des siècles de digues longitudinales, l'exigence de la culture obligerait sans doute de les conserver; mais au moins il faudrait abaisser ces digues au niveau des crues ordinaires en les combinant avec des digues transversales et en les perçant de vannes qu'on ouvrirait au moment du danger.

M. Vallès propose en outre d'emmagasiner chaque année sur les origines de chacune de nos vallées principales une réserve de 400 millions de mètres cubes d'eau pluviale, ce qui serait très-loin d'atteindre le volume total de la pluie annuelle. Comme l'emmagasinement dans le cours d'un même été serait successif et alternerait avec les dépenses d'eau, il suffirait que la capacité de tous les réservoirs afférents à une même vallée pris ensemble atteignît la moitié du chiffre ci-dessus énoncé. — Sur le total de la retenue, une première moitié, c'est-à-dire 200 millions de mètres cubes, écoulés régulièrement pendant les quatre mois qui marquent en moyenne la durée nécessaire des irrigations en France, permettraient l'irrigation de 20000 hectares, ce qui suffirait selon les appréciations des agriculteurs pour élever l'étendue de nos prairies jusqu'à être la moitié des terres consacrées aux céréales. Pour apprécier l'immense portée d'un pareil résultat, il faudrait pouvoir reproduire ici les nombreuses citations empruntées par M. Vallès à un article de M. Hervé Mangon *sur la Science agricole,* publié dans le *Dictionnaire des Arts et Manufactures* de M. Laboulaye, article où sont constatés les prodigieux accroissements de valeur que les terres ont acquis par suite des irrigations dans des régions très-diverses, mais particulièrement en France même et aussi en Belgique.

La création de forces motrices et l'amélioration de la navigation intérieure seraient procurées par la seconde moitié des eaux emmagasinées dans les réservoirs.

Ces réservoirs étant, comme je l'ai déjà dit, placés à l'origine des vallées principales ou des vallées secondaires, donneraient une

série de chutes d'autant plus utiles qu'elles fonctionneraient à l'époque des sécheresses, alors que l'action des sources naturelles vient à se ralentir ou à s'arrêter tout-à-fait. L'auteur a pu, sans exagération, ce semble, porter à 100 mètres la hauteur moyenne de chute utilisée depuis le niveau des déversoirs jusqu'aux lignes de thalweg; supposant ensuite que les trois quarts seulement de la partie des eaux emmagasinées profiteraient de cette chute, il trouve qu'il en résulterait dans chacune de nos vallées principales une force motrice équivalente à celle de 20000 chevaux-vapeur. L'opportunité d'un tel projet n'échappera pas à ceux qui se rappelleront que, dans une discussion toute récente du Corps législatif, on a montré la Suisse primant nos filatures par le bon marché de sa fabrication, grâce à l'énorme puissance de ses moteurs hydrauliques.

Les eaux qui auraient ainsi doté nos usines et nos manufacures d'une force considérable, arriveraient ensuite à nos fleuves et à nos canaux. Pour faire apprécier ce nouvel avantage, je me borne à mentionner un seul fait relatif à l'état de la Loire, c'est-à-dire à l'artère principale de notre navigation intérieure. La Loire qui débite à Orléans 10000 mètres cubes par seconde à l'époque des fortes crues, n'en fournit que 30 en étiage moyen; quelquefois même on l'a vue descendre à 24. Aussi, dans le cours de l'interpellation relative à nos moyens de transport, qui a eu lieu à la séance du Corps législatif, le 5 du mois de février 1870, on a pu faire connaître ce fait déplorable que quatre-vingt-quatorze bateaux, contenant 9543 tonnes de houille, avaient été pendant trois mois arrêtés par la baisse des eaux ; et que les producteurs de cette houille avaient dû enfin expédier ces bateaux à mi-charge jusqu'à Saumur, et là, acheter des houilles anglaises pour pouvoir satisfaire en temps utile à leurs marchés et tenir leurs engagements. Voilà les tristes extrémités auxquelles notre industrie est réduite, et dont pour l'affranchir il suffirait de savoir utiliser les grandes crues et même les crues extraordinaires.

Utilité des crues et même des inondations! c'est en résumé toute la thèse de M. Vallès. Ces crues, ces inondations sont à son gré un élément indispensable dans l'économie de la nature. Au printemps perpétuel que rêvent les poëtes et qui nous priverait des moissons de l'été et des fruits de l'automne, il préfère résolûment l'alternative des sécheresses extrêmes et des pluies excessives de nos climats, sous la condition toutefois qu'en tel ordre de questions, on ne refusera pas les secours de la science et de l'art. Enfin, comme je l'ai dit en commençant, il consacre un dernier chapitre à faire voir que, soit pour la vallée de la Loire, soit même pour l'ensemble de la France, les travaux nécessaires pour

réaliser les bienfaits qu'on peut attendre d'un sage aménagement des eaux, n'entraîneraient pas une dépense supérieure aux ressources dont l'État dispose, ou seulement capable d'entraver le cours des autres services publics.

Parmi les ouvrages reçus par la Société, le sécrétaire signale un mémoire de M. Charles Vogt, sur les microcéphales ou hommes-singes; M. Alix est prié d'analyser cet important travail et d'en rendre compte à la Société. — Il signale encore une importante série de mémoires de mathématiques et de physique du globe, offerts par leur auteur M. Vallès, ingénieur en chef des ponts et chaussées.

M. J. DELANOUE appelle l'attention de la Société sur celui de ces mémoires qui est relatif à l'étang de Grand-Lieu (Loire-Inférieure).

Ce lac, peu connu, est cependant le plus grand de tous ceux de la France. Vrai lac d'eau douce, produit non par une chaussée, mais par une dépression naturelle du sol. On y a trouvé et exploité des quantités énormes de bois qui proviennent d'anciens pilotis et peut-être d'une forêt submergée. Tout porte à croire que ce lac a été habité aux époques pré-historiques.

M. BUREAU fait observer que la végétation lacustre y prend un développement si rapide, qu'il finira par être comblé par les plantes aquatiques qui l'envahissent. On voit se former par endroits des îlots de *Sparganium* qui s'étendent incessamment et finissent par se rejoindre. Ce lac est très-peu profond et les rives en sont très-plates. Il ne présente pas moins d'intérêt au point de vue botanique qu'au point de vue archéologique, car on y a trouvé des plantes fort rares et fort curieuses, entre autres l'*Isoetes echinospora* et plusieurs *Chara*.

Séance du 20 février 1870.

PRÉSIDENCE DE M. DELANOUE.

M. P. BERT présente au nom de M. HOUEL, professeur à la faculté des sciences de Bordeaux, une *Note sur l'impossibilité de démontrer par une construction plane le principe des parallèles, dit Postulatum d'Euclide.*

M. Bert fait remarquer que M. Houël, en outre de son autorité scientifique bien connue, a une compétence toute spéciale pour

s'occuper de cette question, puisqu'on lui doit la traduction des travaux du professeur russe Lobatschewsky et de l'officier hongrois J. Bolyaï. (*Voy.* Etudes géométriques sur la théorie des parallèles, par N. I. Lobatschewsky, suivi d'un extrait de la correspondance de Gauss et de Schumacher. (*Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux; t. IV, p.* 83-128; 1866. — La science absolue de l'espace, par J. Bolyaï, précédée d'une notice sur la vie et les travaux de W. et de J. Bolyaï, par Fr. Schmidt. *Ibid.; t. V, p.* 189-249 ; (1867.)

M. Laguerre fait une communication sur une propriété relative aux courbes tracées sur une surface quelconque.

M. Bureau, en offrant une brochure intitulée *Notes sur les lianes, adressées à M. Bureau par M. Paul Lévy*, analyse ainsi les faits les plus intéressants qui y sont contenus.

« M. Lévy, voyageur naturaliste, se trouve actuellement au Nicaragua ; dans ce pays, dit-il, il n'y a presque pas d'arbre auquel ne se suspendent une ou plusieurs lianes. Elles appartiennent à des familles fort différentes. Un tiers au moins fait partie de la famille des Bignoniacées.

« Lorsqu'on coupe une liane en deux, le bout qui reste accroché dans l'arbre s'étiole un moment. Pendant ce temps, un peu au-dessus de la coupure, naissent de petits mamelons qui s'allongent immédiatement vers la terre. D'abord rougeâtres et filiformes, ils grossissent et durcissent bientôt, et, quand ils ont atteint le sol, ils s'y enfoncent. La plante reprend alors tout son éclat.

« L'accroissement de ces racines est d'au moins 20 centimètres par jour. Elles sont d'abord molles et presque transparentes; mais à partir du moment où elles s'enfoncent en terre, elles deviennent ligneuses, et, au bout de six semaines, il n'y a plus qu'une tige, laquelle présente une corde au-dessus de la blessure faite par le *machete* (sabre d'abatage).

«Les racines émergent souvent fort loin de l'endroit coupé. Si la tige décrit une courbe en U qui la rapproche du sol, c'est au point le plus bas de cette courbe qu'elles se produisent.

« Si la courbe en U est renversée de telle sorte que la convexité soit supérieure (∩) et qu'on fasse une section au bas de chaque branche de l'∩, il naît des racines de ces deux points, et au sommet de la convexité il pousse un rameau dont l'accroissement journalier est énorme.

« Les deux expériences suivantes, faites par M. Lévy, donnent une idée de la vitalité des lianes :

« Ayant rencontré une de ces plantes coupées, à laquelle pendaient des racines d'un pied de long, il la recoupa au-dessus des

racines. La liane en produisit d'autres. Il les enleva encore avec le tronçon de la tige qui les portait, et ainsi de suite jusqu'à huit fois. Les nouvelles racines devenaient seulement de plus en plus grêles. Les dernières étaient si ténues, si filiformes, qu'il les laissa. Elles atteignirent le sol, grossirent, et la plante fleurit.

« Une autre fois, il trouva un arbre isolé par dessus lequel s'élançait une liane récemment coupée à la base. Un peu au-dessus de la section étaient nées des racines aériennes qui allaient bientôt atteindre le sol. La tête de la liane pendait de l'autre côté de l'arbre; M. Lévy la saisit et tira fortement de manière à faire remonter les racines à un mètre au dessus du sol. Elles continuèrent à s'allonger. Il recommença à plusieurs reprises et finit par avoir des racines qui partaient du sommet même de l'arbre et pleuvaient pour ainsi dire autour.

« Un fait remarquable signalé par M. Lévy, c'est qu'il y a des lianes qui ont de l'affinité pour certains arbres et refusent absolument de s'attacher à certains autres. M. le professeur P. Bert a envoyé récemment à cet intelligent voyageur l'indication d'une série d'observations à faire à ce sujet. Nous avons donc tout lieu d'espérer que nous pourrons dans quelques mois en entretenir de nouveau la Société. »

M. Bureau présente alors à la Société divers fragments du bois de ces lianes et indique comment on peut tirer de leur structure des caractères génériques excellents. Un assez grand nombre de fragments analogues existent dans les diverses collections; mais comme ils n'étaient pas accompagnés de fleurs ou de fruits, on ne pouvait connaître les espèces auxquelles ils se rapportent. Cette lacune est aujourd'hui comblée, grâce aux efforts de M. Bureau. Il a réussi déjà à rassembler environ soixante bois d'espèces différentes bien déterminées, et cinquante espèces vivantes qui se trouvent actuellement dans les serres du Muséum.

M. Bureau appelle spécialement l'attention sur certaines tiges à section transversale carrée, avec les angles tranchants; ces angles tombent et à leur place, dans les tiges plus âgées, il reste une cavité; malgré ces différences relatives à l'âge, la caractéristique générique est facile à trouver.

M. Mannheim présente de la part de M. A. Grouard, lieutenant d'artillerie, une note intitulée : Étude géométrique sur les figures semblables. Cette note est la suite d'une communication antérieure. (Voir ci-dessus, page 4.)

M. Paul Bert entretient la Société d'expériences qu'il a faites et dont le résultat confirme complétement ce qu'avait avancé récemment M. Ranvier, préparateur de M. Cl. Bernard. (*Cpt. R.*

Acad. des sciences; t. LXIX, p. 1326; 1869). Les médecins admettent généralement qu'à la suite de l'oblitération d'une veine importante, il se fait toujours une infiltration, un œdème de la partie du corps dans laquelle la circulation a été ainsi presque entièrement supprimée. M. Ranvier est venu montrer que cette condition est insuffisante pour produire l'œdème, s'il ne s'en joint une autre, tenant au système nerveux. La veine cave inférieure étant liée, chez un chien, immédiatement au-dessous des reins, on coupe le nerf sciatique d'un côté; dès le lendemain, le membre de ce côté est le siège d'un œdème qui augmente pendant quelques jours, pour disparaître plus tard; l'autre côté reste à l'état normal. L'analyse physiologique montre que les fibres nerveuses dont la section a eu ce résultat sont les fibres vaso-motrices du sciatique. Ainsi, pour que l'œdème se produise, il faut tout à la fois qu'il y ait oblitération veineuse et section ou paralysie des nerfs vaso-moteurs.

Ce résultat n'est pas en contradiction, comme l'a cru M. Bouillaud, (voy. *Cpt. R. Acad. des sciences*, t. LXIX, p. 1330, 1869), avec les faits quotidiennement observés dans la pratique médicale; il prouve seulement que, dans les oblitérations veineuses dues aux maladies et suivies d'œdème, la chose est plus complexe qu'on ne l'imagine, et qu'il doit y avoir quelque action paralysante sur les fibres nerveuses vaso-motrices. M. Bert émet à ce propos l'hypothèse, qu'il y a une certaine solidarité entre les fibres nerveuses sensibles d'une veine et les fibres motrices des artères correspondantes, l'excitation des premières pouvant, par voie réflexe, exciter ou diminuer l'action de celles-ci. Il fait en ce moment des expériences pour juger cette hypothèse.

Quant à l'interprétation de l'expérience de M. Ranvier, M. Bert pense qu'il s'agit là d'une différence dans la pression veineuse des deux membres, due à l'état des vaso-moteurs artériels. La veine cave étant oblitérée, et le sciatique gauche, coupé, M. Bert croit que la pression du sang dans la veine fémorale gauche doit être plus grande que dans celle du côté droit; de là, œdème plus facile, sortie plus facile du liquide. La vérification de cette idée a entraîné M. Bert dans une série d'expériences, sur la pression du sang dans les veines et sur les conditions qui la modifient. Il a déjà vu ainsi que la pression dans la veine fémorale est, à l'état normal, de 15 à 20c d'eau, comme déjà l'avait dit Hales, mais que, par l'agitation de l'animal, elle peut dépasser 50 cent.; que, si la veine est oblitérée, cette pression sanguine s'élève à 5 ou 6 cent. de mercure; que les mouvements respitoires n'agissent pas sur elle; que la section du sciatique la fait baisser, quand le cours du sang est libre, mais augmenter quand il est interrompu par une ligature. Ces divers résultats ont

besoin d'être revus et vérifiés par un grand nombre d'expérience ; celles-ci sont assez difficiles, en raison de la facile coagulation du sang dans les appareils, mais M. Bert espère mener à bien, avec le concours de quelques-uns de ses élèves qu'il a priés de s'occuper particulièrement de cette question.

M. Alix fait remarquer qu'il importe, dans l'interprétation du fait de M. Ranvier, de tenir compte de anastomoses veineuses plus nombreuses et de la circulation supplémentaire plus facile chez le chien, et en outre de la position horizontale de son corps, qui favorise moins la production de l'œdème.

La Société se forme en comité secret.

M. Laguerre lit un rapport sur les travaux de M. Ribaucour, candidat à une place vacante dans la 1re section.

En conséquence de ce rapport et de celui de M. Transon lu dans la précédente séance, la première section présente pour la place vacante :

En 1re ligne, M. Vallès, ingénieur en chef des ponts et chaussées,

En 2e ligne, M. Ribaucour, élève ingénieur des ponts et chaussées.

Il sera procédé à l'élection dans la prochaine séance.

A la suite de ce rapport, M. Moutard propose d'appliquer, à propos de M. Ribaucour, le nouvel article 29 bis du règlement; la première section sera, en conséquence, spécialement convoquée.

MM. Janssen, Moutard et Mannheim présentent M. Painvin, professeur au lycée de Lyon, comme membre correspondant.

M. Bureau lit un rapport sur les travaux de MM. Planchon (Gustave), de Seynes, et Van Tiéghem, candidats pour une place vacante dans la 3e section.

Les principaux travaux de M. Planchon sont :

1. Des Globulaires au point de vue botanique et médical. in-8°. Montpellier 1859.

2. Les principes de la méthode naturelle appliqués comparativement à la classification des végétaux et des animaux. Thèse pour l'agrégation. Montpellier 1860.

3. Des tufs de Montpellier au point de vue géologique et paléontologique. Thèse pour le doctorat-ès-sciences naturelles. in 4° 3 pl., Paris 1864.

4. Note sur une nouvelle espèce de Phryganide. in-4° 1864.

5. Des modifications de la Flore de Montpellier depuis le 16e siècle jusqu'à nos jours. Thèse pour le doctorat-ès-sciences. in-4°, Paris 1864.

6. Le Kermès du Chêne au point de vue zoologique, commercial et pharmaceutique. in-8°, Paris 1864.

7. Des Quinquinas. in-8°, Paris 1864.

8. Note sur quelques produits de la région méditerranéenne rarement observés dans le midi de la France. (Extrait du Montpellier médical. Avril 1866, in-8°).

En conséquence de ce rapport,

La 3e section présente :

En 1re ligne. — M. Planchon (Gustave), prof. à l'école de pharmacie.

En 2e ligne, *ex-æquo*. — M. de Seynes, prof. agrégé à la faculté de médecine.

M. Van Tiéghem, maître de conférences à l'école normale supérieure.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

M. Alix lit un rapport sur l'élection de M. Pruner-Bey comme membre correspondant.

Liste des principales publications de M. Pruner-Bey, ancien professeur d'anatomie à l'école de médecine d'Abou-Zabel, ancien directeur de l'hôpital militaire central du Caire, ancien médecin de S. A. Abbas-Pacha, vice-roi d'Egypte.

Krankheit's Geschichte des Seligen Obermedicinalraths. V. Grossi. München 1830.

Opera posthuma Ern. de Grossi. 3 volumes.

Pathologie générale, Séméiotique, familiæ morborum. Stuttgart 1831, édité par les docteurs Pruner et Fischer.

Ist denn die Pest wirklich ein ansteckendes Uebel? München 1839. (La peste est elle contagieuse?)

Topographie médicale du Caire, avec le plan de la ville et ses environs. Munich 1847.

Die Krankheiten des Orients vom Standpunkte der vergleichenden Nosologie. Erlangen 1847.

Die Ueberreste der altægyptischen Menschenrace, discours académique 1847.

Die Weltseuche Cholera, oder die Polizei der Natur. Erlangen 1852.

Der Mensch im Raume und in der Zeit. Munich 1859.

Travaux publiés dans les Mémoires de la Société d'Anthropologie :

Mémoire sur les Nègres. 1861.

Recherches sur l'origine de l'ancienne race Égyptienne. 1863.

Sur la chevelure comme caractéristique des races humaines. 1863.

Sur les origines hongroises, à l'occasion d'un travail de M. Van der Hœven, 1865.

Résultats de craniométrie, 1866.

Deuxième série d'observations microscopiques sur la chevelure, 1868.

Travaux publiés dans les bulletins de la Société d'anthropologie. Sur la perfectibilité des races, 1860.

Rapport sur les crânes macrocéphales trouvés dans le sol de la Crimée et de l'Autriche, 1861.

Sur les systèmes primitifs de numération, 1861.

Sur la langue Quiché, 1863.

Sur les langues Mélanésiennes, 1863.

Sur les crânes basques, 1863.

Sur le climat de l'Égypte, 1863.

Sur un mémoire de M. Maggiorano. Études craniologiques. Instruction anthropologique pour le Chili, 1863.

Sur un crâne romain, 1863.

Sur la méthode anthropologique, 1863.

Sur la mâchoire d'Abbeville, 1863.

Sur le crâne de Néanderthal, 1863.

Sur le crâne de Tinière, 1863.

Sur la couleur des Touaregs, 1863.

Questions relatives à l'anthropologie générale, 1864.

Sur l'origine asiatique des Européens, id.

Sur la préexistence en Europe des Brachycéphales, id.

Sur la chevelure comme caractère de la race, id.

La religiosité est-elle un caractère humain ? id.

Sur la question celtique, id.

Réplique à M. Bernard Davis sur le crâne de Néanderthal, id

Sur la face très-prognathe d'un crâne de l'âge de pierre, id.

Etude sur le bassin considéré dans les différentes races humaines, id.

Discours d'ouverture. Importance de l'anthropologie. 1865.

Sur les crânes Tongouses, 1865.

Face osseuse provenant d'une tombe phénicienne, id.

Sur les deux principales formes des anciens crânes bretons et gaulois, id.

De l'anthropologie en Espagne, id.

Anciens crânes des types ligure et celtique, id.

L'homme et l'animal, id.

Crânes trouvés à Alexandrie, 1866.

Sur l'homme et les animaux, id.

Sur le crâne d'Aubussarques, id.

Sur l'intelligence comparée de l'homme et des animaux, id.

Etude et description de plusieurs crânes ligures, id.
Sur les crânes rapportés de Syrie par M. Girard de Rialle, id.
Sur la mâchoire humaine de la Naulette, id.
Rapport sur le livre de M. Aitken Meigs : observations sur les formes crâniennes des Américains aborigènes, id.
Os crâniens provenant des palafittes de la Suisse, id.
Sur les caractères des crânes basques, 1867.
Sur la langue Euscuara parlée par les Basques, id.
Crâne humain de Lindal (Grande Bretagne.) id.
Grotte de Télamone (Toscane), id.
Crânes de Matsall, Alsace, id.
Description d'un crâne de Ghilak, id.
Sur les ossements de Vauréal, id.
Sur les crânes écossais et ossements de Télamone, 1868.
Sur les crânes toulousains, id.
Sur la religion des nègres du Fleuve Blanc, id.
Description des crânes de Villeboorg, id.
Description des crânes mérovingiens, id.
Crânes des bretons armoricains, id.
Sur les ossements humains des Eysies.
Présentation de crânes esthoniens, 1869.
Sur le rachitisme des ossements anciens, id.
La séance est levée à 11 h.

Le Secrétaire,

PAUL BERT.

Sur l'impossibilité de démontrer par une construction plane le principe des parallèles, dit Postulatum d'Euclide, par M. Houel.

Dans un mémoire publié en 1868 dans le *Giornale di Matematiche* de Naples, et dont une traduction française paraît en ce moment dans les *Annales scientifiques de l'École normale supérieure*, M. Beltrami a exposé la géométrie des surfaces de courbure constante négative, et est parvenu à cette conclusion importante, que cette géométrie est identique avec ce que serait la géométrie du plan, si l'on écar-

tait le principe de la théorie des parallèles, connu sous le nom de *Postulatum* d'Euclide.

Cette dernière géométrie a été traitée simultanément par le professeur russe Lobatchefsky et par l'officier hongrois Jean Bolyaï. Ces deux mathématiciens, en cherchant à développer une géométrie hypothétique du plan, ont fondé, par le fait, la théorie des figures formées par les lignes géodésiques d'une surface de courbure constante négative, ou surface *pseudosphérique*, suivant la dénomination proposée par M. Beltrami; en sorte que leurs recherches s'appliquent à des objets parfaitement réels, indépendamment de l'hypothèse qu'ils avaient prise pour point de départ. Mais cette géométrie est la seule que l'on ait le droit d'appliquer au plan, tant que, pour une raison quelconque, on ne sera pas à même d'affirmer la vérité du principe des parallèles.

Lobatchefsky, par des considérations fondées sur les observations de la parallaxe annuelle des étoiles, a rigoureusement démontré que, dans tous les triangles que les hommes auront jamais à mesurer, la somme des angles ne pourra pas différer de deux angles droits d'une quantité appréciable. Si l'on ne veut pas se contenter de cette preuve expérimentale, qui suffit pourtant, et au delà, dans toutes les applications de la géométrie, et surpasse en précision toutes celles qui servent de base aux principes de la mécanique, et dont on n'a jamais songé à contester la valeur, il est naturel alors qu'on cherche à s'en assurer en partant des données précédemment admises c'est-à-dire de l'existence de la ligne droite (1) et du plan.

Il faut donc prouver, si l'on peut, que l'hypothèse de la

---

(1) Les conditions qu'implique l'existence de la ligne droite ont été énumérées dans l'article de M. Bertrand, inséré dans les *Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences*, vol. LXX, page 17 (3 janvier 1870). Il nous semble que l'auteur indique une condition de trop, en affirmant que la propriété de la ligne droite d'être la plus courte entre deux de ses points, doit être admise sans démonstration. Voy. les *Eléments d'Euclide*, livre I, proposition 20, et l'ouvrage de M. Duhamel (*Des Méthodes dans les sciences de raisonnement*), tome II, pages 7, 312, 319, et le chapitre 6, pages 411 à 417.

somme des angles d'un triangle rectiligne moindre que deux angles droits conduit nécessairement à une contradiction, quand on en développe toutes les conséquences. Mais, dans cette démonstration *par l'absurde*, il faut avoir soin de ne négliger aucune des conséquences de l'hypothèse que l'on veut combattre. Sans cela les contradictions que l'on rencontrera pourront toujours être attribuées au changement d'hypothèse que l'on aura introduit dans le courant du raisonnement. C'est l'oubli de cette règle élémentaire de logique qui a conduit tant de géomètres à proposer des démonstrations dans lesquelles un plus mûr examen fait apercevoir des pétitions de principe.

Sans vouloir préjuger la question de savoir si, comme Ampère l'indique en passant (1), on peut espérer trouver dans les constructions à trois dimensions le moyen d'arriver à la solution tant cherchée, on peut affirmer d'avance, une fois pour toutes, que jamais les méthodes fondées sur des constructions planes ne pourront conduire à ce but.

En effet, ces constructions, pour être concluantes, doivent être faites sans s'appuyer sur le principe que l'on veut établir, et, par suite, en admettant l'hypothèse contraire. Or, dans ce cas, comme l'ont établi Lobatchefsky et Bolyaï, la géométrie du plan rentrera, comme cas particulier, dans celle des surfaces de courbure constante négative, et les constructions faites sur le plan ne pourront jamais conduire à des conclusions autres que celles qu'on tirerait si elles étaient faites sur ces surfaces courbes.

Mais on sait que, sur une surface de courbure constante négative, la somme des angles de tout triangle géodésique est moindre que deux angles droits. Donc, les constructions dont il s'agit, ne pouvant amener à une conclusion contraire sur la surface courbe, ne le pourront jamais non plus sur le plan.

Cette assertion se vérifie facilement par un examen atten-

---

(1) *Essai sur la philosophie des Sciences*, tome I, page 67. Voy. le savant mémoire de M. Ginocchi, intitulé: Dei primi principii della meccanica e della geometria in relazione al Postulato d'Euclide, page 35. Florence, 1869.

tif de la démonstration présentée récemment par M. Carton à l'Académie des sciences de Paris. D'après un théorème connu, l'aire d'un polygone géodésique de n côtés, sur une surface de courbure constante négative, est proportionnelle à la différence entre la somme de ses angles et $2n - 4$ angles droits. Il résulte de là que cette aire a une valeur constamment inférieure à un certain maximum. Si l'on veut fonder la démonstration du principe des parallèles sur la considération d'un hexagone, il faut que celui-ci soit constructible indépendamment du principe en question, c'est-à-dire en laissant provisoirement au plan toutes les propriétés des surfaces de courbure constante négative. Mais alors l'aire de cet hexagone ne pourra plus renfermer dans son intérieur un nombre illimité de triangles égaux entre eux et de grandeur finie. Il faudra donc, passé une certaine limite, que le périmètre de l'hexagone se coupe lui-même, auquel cas, la démonstration ne sera plus possible.

Sur une propriété relative aux courbes tracées sur une surface quelconque, par M. Laguerre.

Considérons une courbe tracée sur une surface quelconque et la normale dont elle est la directrice; en chacun des points de cette courbe concevons que l'on porte sur la normale, à partir de ce point, une longueur N, fonction de la position du point sur la directrice. Cela posé, si on considère un point quelconque M de cette courbe et un point infiniment voisin M′, en désignant par V et V′ les angles que font avec M M′ les segments N et N′ portés sur les normales en M et M′, on trouve facilement que l'expression

$$(1)\quad \mathrm{M\,M'}\,(\mathrm{N}\cos \mathrm{V} + \mathrm{N'}\cos \mathrm{V'})$$

développée suivant la puissance croissante de ds, a pour valeur $\left[\mathrm{K}\,ds^3 + \frac{1}{3}\left(\frac{d\mathrm{K}}{ds}\right) ds^4 + \right.$ des termes du degré supérieur au quatrième.

D'où cette conclusion, que l'expression donnée ci-dessus est généralement du troisième ordre, mais que quand elle est d'un ordre supérieur au troisième, elle est au moins du cinquième.

Pour que K soit égal à zéro, il faut et il suffit que N satisfasse à l'équation différentielle

$$(2)\quad \frac{dN}{N} = \frac{2}{3}\,\frac{d\eta}{\text{tang}\,\omega} - \frac{d\,\sin\,\omega}{\sin\,\omega} + \frac{1}{3}\,\frac{d\rho}{\rho}$$

Formule où $d\eta$ désigne l'angle de torsion au point donné, ρ le rayon de courbure et ω l'angle que fait avec la surface la normale principale en ce point.

On déduit de là

$$N = C\,\frac{\sqrt[3]{\rho}}{\sin\,\omega}\,e^{\frac{2}{3}\int\frac{d\eta}{\text{tang}\,\omega}}$$

La valeur du segment N étant déterminée par la relation précédente, on aura alors cette proposition, que l'expression (1), en chacun des points de la courbe, sera une quantité infiniment petite du cinquième ordre.

L'équation (2) peut se mettre sous la forme suivante :

$$\frac{dN}{N} = \frac{2}{3}\,\frac{d\eta - d\omega}{\text{tang}\,\omega} + \frac{1}{3}\,\frac{d\rho}{\rho}$$

ρ désignant le rayon de courbure de la section normale tangente à la directrice.

Si la courbe considérée est une ligne de courbure ou une ligne géodésique, on a dans les deux cas

$$\frac{d\eta - d\omega}{\text{tang}\,\omega} = 0$$

La valeur de N est donc, dans les deux cas, proportionnelle à la racine cubique de ρ.

De là une propriété géométrique commune, on le voit, aux lignes géodésiques et aux lignes de courbure pouvant

servir à les définir et qui correspond à l'équation différentielle commune à toutes deux, découverte par Joachimsthal.

Les quantités N définies par l'équation (2) jouissent de la propriété suivante :

Si, sur une surface, on considère les diverses courbes qui se touchent en un point M, pour toutes ces courbes l'expression

$$3\frac{dN}{Nds} = 2\frac{d\eta}{ds}\cdot\frac{1}{\text{tang }\omega} - \frac{3d\eta}{ds}\cdot\frac{1}{\text{tang }\omega} + \frac{d\rho}{\rho ds}$$

a une valeur constante au point considéré.

Sur les figures semblables, par A. Grouard.

I.

1. Lorsqu'une figure se déplace dans un plan en restant semblable à elle-même, à chaque position de la figure mobile correspond un point que j'ai nommé *centre instantané de similitude*, et qui est la position limite du centre de similitude de la figure considérée et d'une figure infiniment voisine. Ainsi que je l'ai fait voir, la considération de ce point permet d'énoncer très-simplement diverses propriétés concernant les tangentes aux courbes décrites par les divers points de la figure, entre autres celle-ci qui est fondamentale :

Les lignes qui joignent le centre instantané aux divers points de la figure ou aux points de contact des diverses droites avec leurs enveloppes, font respectivement un même angle avec les tangentes aux courbes trajectoires de ces points ou enveloppes de ces droites.

J'ai nommé cet angle : l'*inclinaison des obliques courantes*.

2. Si maintenant on applique à trois positions infiniment voisines de la figure mobile, les propriétés que j'ai fait connaître dernièrement au sujet de trois figures planes semblables quelconques, on arrive à plusieurs propositions intéressantes concernant les rayons de courbure des courbes trajectoires ou enveloppes engendrées pendant le mouvement. Ce sont ces propriétés que je vais indiquer ici.

II.

3. Parlons d'abord des enveloppes des droites de la figure mobile. On a, à ce sujet, les théorèmes suivants :

1° Il existe à chaque instant un système de droites de la figure dont les enveloppes ont, au moment considéré, des points de rebroussement.

2° Toutes ces droites partent d'un même point R, et la ligne qui joint ce point au centre instantané C, fait avec la tangente au lieu du centre instantané, un angle égal à l'inclinaison des obliques concourantes α.

3° Le lieu des points de rebroussement est un cercle passant par le point R et tangent au lieu du centre instantané. J'appellerai ce cercle, le *cercle des rebroussements*.

4. Si l'on prend pour pôle le centre instantané, pour axe polaire la direction opposée à CC' (C' étant le centre instantané au moment suivant), que l'on désigne par dl la distance infiniment petite cc', et par $d\theta$ l'angle infiniment petit dont tourne la figure au moment considéré, on a pour l'équation polaire du cercle des rebroussements :

$$r = \frac{-dl}{d\theta + d\alpha} \sin \varepsilon. \qquad (1)$$

5. Soit maintenant K la distance du centre instantané au point de contact E d'une droite quelconque avec son enveloppe, r la corde interceptée sur la droite CE par le cercle des rebroussements et ρ le rayon de courbure de l'enveloppe en E, on aura la relation :

$$\rho \sin \alpha = \frac{d\theta + d\alpha}{d\theta} (R - r) \qquad (2)$$

Le point de rencontre D de la droite CE avec le cercle des rebroussements peut être appelé le point de ce cercle *correspondant* à la droite considérée ; la propriété qu'exprime la relation ci-dessus peut alors s'énoncer de la façon suivante :

Le rayon de courbure de l'enveloppe d'une droite de la figure mobile, est proportionnel à la distance du point de contact au point correspondant du cercle des rebroussements.

III.

6. Il résulte de la relation (2) que le centre instantané étant supposé connu ainsi que l'angle α, si, à chaque instant, on peut construire le cercle des rebroussements et déterminer la quantité constante $\frac{d\theta + d\alpha}{d\theta}$, on pourra construire en grandeur et en direction le rayon de courbure de l'enveloppe d'une droite quelconque. Or, ces deux éléments de la solution peuvent être facilement déterminés à la fois, dès que l'on connaît les centres de courbure des enveloppes de trois droites. En effet, le problème revient alors à construire un cercle passant par un point donné (le centre instantané), et coupant trois droites données CE_1, CE_2, CE_3 passant par ce point en trois points tels que leurs distances aux points E_1, E_2, E_3 soient entre elles comme les trois rayons de courbure ρ_1, ρ_2, ρ_3, problème dont la solution n'offre aucune difficulté.

7. La construction à laquelle on est ainsi conduit fait connaître en même temps la tangente au lieu du centre instantané, puisque ce lieu est tangent au cercle des rebroussements. Inversement, si cette tangente est connue à *priori* d'une manière quelconque, elle peut servir à la construction de ce cercle, et alors, il suffit de connaître les rayons de courbure de deux enveloppes; on a alors à résoudre le problème suivant:

Construire un cercle tangent en un point donné C, à une droite donnée et rencontrant deux droites données CE_1 CE_2 en deux points dont les distances à E_1, E_2 soient dans un rapport donné.

IV

8. La formule (2) conduit encore au théorème suivant : Il existe sur le cercle des rebroussements un point I tel que si on le joint aux centres de courbure des enveloppes des droites de la figure, les lignes ainsi menées font respectivement un même angle β avec les normales à ces enveloppes.

De plus, ces lignes rencontrent respectivement les obliques concourantes correspondantes sur le cercle des rebroussements.

9. On voit donc par là que lorsqu'on connaît trois rayons de courbure, on peut déterminer le point I et l'angle β, exactement de la même manière qu'avec trois tangentes on détermine le centre instantané et l'angle α, et construire un quatrième rayon de courbure sans se servir du cercle des rebroussements. On aurait pu arriver de suite à la proposition que nous venons d'indiquer en remarquant que les normales aux enveloppes forment, comme les droites de la figure, un système qui reste semblable à lui-même, mais ainsi, on n'aurait pas été conduit aux propriétés du cercle des rebroussements, et il est utile de considérer ce cercle pour la solution complète du problème des rayons de courbure, ainsi que nous le montrerons plus loin.

V

10. Parlons maintenant des trajectoires des points de la figure mobile. Ces courbes donnent lieu à des propositions toutes semblables à celles que nous venons d'énoncer pour les enveloppes.

On a d'abord celles-ci :

1° Il existe à chaque instant un système de points dont les trajectoires ont au moment considéré des points d'inflexion.

2° Les tangentes en ces points passent par un même point K en ligne droite avec les points C et R dont on a parlé plus haut.

3° Le lieu de ces points est un cercle passant par le point K, et tangent au lieu du centre instantané.

J'appellerai ce cercle le *cercle des inflexions.*

11. En prenant les mêmes coordonnées que précédemment, il a pour équation :

$$r = \frac{dl}{d\theta - d\alpha} \sin \varepsilon \,. \qquad (3)$$

Soit maintenant R', la distance du centre instantané à un point M de la figure mobile, r' la corde interceptée par le cercle des inflexions sur la droite C M, et ρ' le rayon de courbure de la trajectoire en M, on a la relation

$$\rho' \sin \alpha = \frac{d\theta}{d\theta - d\alpha} \frac{R'^2}{R' - r'} \,. \qquad (4)$$

12. Telle est la relation de laquelle on peut déduire les propriétés des rayons de courbure des trajectoires, comme de la relation (2) on déduit celle des rayons de courbure des enveloppes.

Elle fait voir comment de la connaissance des rayons de courbure de trois trajectoires, on peut déduire tous les autres, en construisant le cercle des inflexions.

Elle conduit aussi à une nouvelle proposition qui permet d'obtenir les rayons de courbure inconnus sans décrire ce cercle; cette proposition est la suivante :

Il existe sur le cercle des inflexions un point I' tel que si on le joint aux points B déterminés sur chaque normale en M par la relation $M\,B = \frac{R^2}{\rho'}$, les lignes ainsi menées font respectivement un même angle avec les normales.

VI

13. Les propriétés que nous venons d'indiquer conduisent donc à une nouvelle méthode pour la construction des rayons de courbure ; toutefois, pour que cette méthode puisse être appliquée dans tous les cas où l'on peut faire

usage de la méthode des tangentes, à laquelle on est conduit par la considération du centre instantané de similitude, il est nécessaire de compléter les résultats auxquels nous sommes déjà parvenus. En effet, dans ce qui précède, nous avons considéré séparément les enveloppes des droites et les trajectoires des points de la figure; or il est certain qu'il existe des liaisons entre les courbes produites par ces deux modes de génération, car le mouvement de la figure mobile est complétement défini dès que l'on se donne trois courbes qui soient des trajectoires de points ou des enveloppes de droites. Il y a donc là un nouveau problème à résoudre qui nous paraît beaucoup plus compliqué que chacun des deux précédents; l'exposé toujours succinct d'un certain nombre de propriétés qui conduisent à sa solution complète, fera l'objet d'une nouvelle communication.

Séance du 20 mars 1870.

PRÉSIDENCE DE M. DELANOUE.

M. Paul Thénard fait une communication sur les acides humique, fumique et azulmique et leurs modifications.

M. Bureau présente la suite de ses observations sur la forme et la structure des tiges de lianes; il met sous les yeux de la Société des tiges appartenant à la famille des Sapindacées et donne les explications suivantes :

« Dans une des précédentes séances, j'ai eu l'occasion de mettre sous les yeux de la Société plusieurs échantillons de bois, appartenant à des plantes de la famille des Bignoniacées. J'ai appelé l'attention sur les singuliers prolongements d'écorce que montrent, dans cette famille, toutes les lianes à feuilles pourvues de cirrhes, et j'ai dit que ces prolongements variaient, suivant les genres, de nombre et de forme, et constituaient par conséquent d'excellents caractères génériques, qui venaient confirmer les caractères fournis par la fleur et le fruit. Aujourd'hui, j'ai l'honneur de présenter

huit espèces de tiges de lianes, appartenant à trois genres de la famille des Sapindacées. On peut voir que, dans cette famille, la structure du bois ne varie pas moins d'un genre à l'autre. Dans les *Paullinia* elle paraît normale ; mais dans les *Urvillea* la formation ligneuse s'arrête sur trois points où les rayons médullaires sont plus rapprochés et plus visibles. Tantôt on n'observe qu'une simple inégalité de développement, et le bois ne forme qu'une seule masse trilobée ; tantôt les trois lobes se séparent, emportant à leur angle interne une partie de la moelle, et l'écorce pénètre, par les intervalles qui séparent les lobes, jusqu'au centre de la tige.

« Dans les *Serjania* il y a plusieurs corps ligneux distincts : un central, toujours pourvu d'une moelle et d'autres plus petits, placés autour du premier et tantôt présentant une moelle, tantôt n'en présentant pas. Il est fort probable que ces corps ligneux périphériques sont formés par des portions de bois qu'ont détachées du corps ligneux central des prolongements de l'écorce, et qui sont devenus cylindriques depuis leur séparation, par la formation de nouvelles couches ligneuses. En admettant ce mode d'origine, ils doivent être pourvus de moelle lorsque l'écorce a détaché des segments allant jusqu'au centre, et en être dépourvus, lorsque la séparation s'est bornée à quelques faisceaux superficiels du corps ligueux central. Cette explication devra être confirmée par l'examen du développement de la tige sur la plante vivante ; mais, quel que soit le résultat des études ultérieures, il est certain qu'on doit abandonner l'opinion des botanistes qui regardent les corps ligneux périphériques comme des branches qui se sont séparées du corps central sans s'isoler ni devenir libres, et qui restent confondues sous une même écorce avec latige qui leur a donné naissance. Les préparations que voici, dans lesquelles le bois a été séparé de l'écorce sur la plante fraîche, préparations faites par M. Correa de Mello, savant botaniste brésilien de qui je tiens cette collection, montrent qu'à chaque nœud il y a un échange de faisceaux entre les corps ligneux périphériques et entre ceux-ci et le corps central, ce qui n'aurait certainement pas lieu, si les corps ligneux périphériques étaient des branches.

M. Lartet (Louis) offre à la Société la première partie d'un travail *sur la géologie de la Palestine et des contrées avoisinantes telles que l'Égypte et l'Arabie,* accompagné d'une trentaine de coupes et d'une carte géologique.

Il prend occasion de cette présentation pour rappeler qu'il a déjà eu l'honneur d'offrir à la Société diverses brochures concernant la géologie de la Palestine et dans lesquelles il avait traité

quelques questions spéciales de géologie, d'archéologie et de physique du globe (1).

Le travail qu'il présente, en ce moment, est plus spécialement consacré à la stratigraphie et comprend l'étude détaillée des terrains massifs stratifiés de la Palestine et des contrées avoisinantes.

La seconde partie de ce travail aura pour objet l'étude des corps organisés fossiles découverts jusqu'à ce jour dans les terrains secondaires et tertiaires de ces régions si mal connues. Les plus nouveaux ou les plus intéressants de ces fossiles seront figurés dans quatre planches annexées à cette seconde partie qui ne constituera, à vrai dire, qu'un appendice paléontologique du précédent.

M. Vallès est élu membre titulaire pour la 1re section.

La Société se forme en comité secret.

M. Mannheim fait un rapport sur les travaux de M. Painvin, professeur au lycée de Douai.

Les principaux travaux de M. Painvin sont :

1. Note sur la réduction d'un système d'équations différentielles ordinaires à l'intégration d'une équation aux différentielles partielles. Comptes rendus, 1857, 1er semestre, p. 787.

2. Mémoire sur l'intégration des équations différentielles simultanées. Comptes rendus, 1858, 2e semestre, p. 693.

3. Mémoire sur la décomposition en facteurs linéaires des fonctions homogènes d'un nombre quelconque de variables. Comptes rendus, 1860, 1er semestre, p. 84, 600, 682. Journal de mathématiques, 1861, p. 209.

4. Détermination du volume maximum d'un tétradre dont les faces ont des aires données. Comptes rendus, 1862, 1er semestre, p. 379. Nouvelles annales, 1862, p. 267, 353, 414.

5. Mémoire sur la réfraction astronomique. Comptes-rendus, 1862, 1er semestre, p. 727.

6. Etude des points à l'infini dans les surfaces algébriques. Comptes-rendus, 1864, 2e semestre, p. 666. Journal de Crelle (Berlin, tom. 66, p. 112, 198.

---

(1) 1° Note sur la formation du bassin de la Mer morte et sur les changements survenus dans le niveau de ce lac ; — 2° sur la découverte de silex taillés en Syrie et l'âge des terrains qui constituent le Liban ; — 3° sur les variations de salure de l'eau de la Mer morte et l'origine de ses sels ; — 4° sur les gîtes bitumineux pe la Judée et de la Syrie ; 5° sur une formation particulière de grès rouges en Afrique et en Asie.

7. Théorie des surfaces polaires d'un plan. Comptes-rendus, 1865, 1er semestre, p. 927. Nouvelles annales, 1865, p. 337 ; 1866, p. 49, 97. Mémoires de la société des sciences de Lille, 1865, p. 345.

8. Etude analytique de la surface développable circonscrite à deux surfaces du second ordre. Comptes-rendus, 1868, 2e semestre (octobre).

9. Mémoire sur la courbure des courbes et des surfaces en un point multiple d'ordre quelconque. Comptes rendus, 1869. 1er semestre, p. 131.

10. Mémoire sur la courbure en un point multiple d'une courbe gauche. Comptes-rendus, 1869, 2e semestre.

11. Recherche du dernier multiplicateur pour deux formes spéciales des équations différentielles du problème des trois corps. Journal de mathématiques, 1854, p. 88.

12. Thèse de physique mathématique sur les vibrations d'une couche ellipsoïdale comprise entre deux ellipsoïdes homofocaux, 1854.

13. Résolution d'un certain système d'équations linéaires. Journal de mathématiques, 1858, p. 41.

14. Propriétés du système des surfaces du second ordre, conjuguées par rapport à un tétraèdre. Journal de Crelle (Berlin), form. 63, p. 58.

15. Etude de la courbe qui coupe sous un angle constant toutes les géoératrices d'un cône du second degré. Nouvelles annales, 1854, p. 306.

16. Description mécanique de certaines courbes. Nouvelles annales, 1856, p. 239.

17. Solution d'une question de minimum. Nouvelles annales 856, p. 239. Solution d'une question relative aux normales à une courbe. Nouvelles annales, 1856, p. 85.

18. Application de la nouvelle analyse aux surfaces du second ordre. Nouvelles annales, années 1858, 1859, 1860, 1861. Volume de 200 pages.

19. Equation des rapports anharmoniques correspondant aux racines d'une équation dn 4e degré. Nouvelles annales, 1860, p. 407.

20. Théories sur coniques les inscrites à un quadrilatère. Nouvelles annales, 1863, p. 156.

21. Recherche des points multiples à l'infini dans les courbes algébriques. Nouvelles annales, 1864, p. 145, 193, 241.

22. Détermination des foyers d'une section plane d'une surface de second ordre. Nouvelles annales, 1864, p. 481.

23. Etude des points à l'infini dans les surfaces du second ordre Nouvelles annales, 1865, p. 49.

24. Théorèmes généraux sur les diamètres dans les coniques. Nouvelles annales, 1865, p. 498.

25. Théorèmes sur les surfaces du second ordre. Nouvelles annales, 1866, p. 240, 336.

26. Note sur l'interprétation des formules qui donnent les angles des droites et des plans dans l'espace. Nouvelles annales, 1866, p. 337.

27. Théorèmes sur les surfaces du second ordre. Nouvelles annales, 1867, p. 288.

28. Formules générales donnant les axes d'une section plane dans une surface quelconque du second ordre. Nouvelles annales, 1867, p. 432.

29. Discussion de l'intersection de deux surfaces du second ordre. Nouvelles annales, 1868, 1869.

30. Propriétés des points d'inflexion dans les courbes du 3e ordre et des points de rebroussements dans les courbes de 2e classe. Mémoires de la Société des sciences de Lille, 1863, p. 103.

31. Traité d'arithmétique (1855).

32. Traité d'algèbre (1856).

33. Géométrie analytique plane (1868).

La séance est levée à 10 h. 1/2.

Le Secrétaire,

PAUL BERT.

Séance du 26 mars 1870.

Présidence de M. DELANOUE.

La correspondance écrite comprend :

1° Une lettre de M. de Saint-Venant, présentant comme membre correspondant M. BOUSSINESQ, docteur ès sciences mathématiques, professeur au Collége de Gap;

2° Une lettre de M. du Moncel, membre titulaire de la 2e section, demandant à passer au rang des membres honoraires.

MM. Transon et Laguerre se joignent à M. de Saint-Venant pour présenter M. Boussinesq comme membre correspondant.

MM. Transon, Laguerre et Bert présentent comme membre correspondant M. HOUEL, professeur à la Faculté des sciences de Bordeaux.

MM. Alix, Bureau et Gaudry présentent comme membre correspondant M. DE SAPORTA.

M. PLANCHON est nommé membre titulaire dans la 3e section.

M. PRUNER-BEY est nommé membre correspondant.

MM. Bert, Alph. Edwards et Vaillant présentent M. Steenstrup, directeur du Musée zoologique de Copenhague, comme membre correspondant.

M. Parrot, professeur agrégé à la Faculté de Médecine, présente un très-grand nombre d'objets retirés de grottes situées à Excideuil (Dordogne).

Ces objets, au nombre de plusieurs centaines, comprennent des instruments, haches, couteaux, flèches, râcloirs, grattoirs en silex taillés, non polis, quelques objets en silex de l'âge de la pierre polie, des dents de Cheval, de Bœuf, des ossements de Renne et d'autres animaux quaternaires. Cette quantité énorme de débris et d'instruments ont été recueillis pêle-mêle dans environ un mètre cube de terre sans qu'on ait pu en faire un triage méthodique.

M. Gaudry rapporte les animaux trouvés par M. Parrot à l'âge du Renne; il signale des ossements de Renne, un olécrâne de *Bos primigenius*, des phalanges de Cheval de petite taille ou d'Âne, des dents de Cheval, de Renne, des mâchoires de Campagnol et d'un Rongeur indéterminé. Les silex appartiennent à deux âges; des silex admirablement taillés sont plus récents que l'âge du Renne; il faut les rapporter à l'âge des cités lacustres. Il y a aussi des objets de l'âge de la pierre polie, qui ont été mélangés aux précédents.

M. Delanoue ajoute quelques détails topographiques sur la contrée où ont été découverts ces objets. Il rappelle qu'en 1826 il explorait déjà les cavernes du Périgord, mais négligeait les nombreux silex qu'il y rencontrait.

Ces grottes, dit-il, sont toutes dues à des cours d'eau qui ont dissous et creusé les roches; elles ont ouvert dans le calcaire cristallin oolitique et crétacé. Ces contrées, aujourd'hui et probablement alors très-fertiles, ont dû attirer, comme elles attirent encore les hommes, qui trouvaient là abri et nourriture.

M. Delanoue a été très-frappé par la grande variété de substances minérales employées, dont plusieurs, comme le quartz hyalin et le jaspe rubigineux n'existent point dans la contrée si ce n'est en échantillons très-minimes.

M. Puel rappelle à cette occasion les fouilles qu'il a faites en 1836 dans une caverne du Lot (caverne de Brengue).

Cette caverne, très-élevée au-dessus du niveau du Cellé, affluent du Lot, très-riche en ossements de Rennes, d'Aurochs, de Rhinocéros, de Campagnols, actuellement réfugiés dans le nord de l'Europe, n'a pas fourni un seul silex taillé.

Elle a son orifice sur un plateau élevé à 120 mètres environ; on n'en a jamais fouillé le fond.

M. Vallès fait observer que cette caverne n'est pas une vé-

ritable caverne, analogue à celles dans lesquelles on a trouvé des objets taillés, et qui s'ouvrent sur le flanc des vallées.

Il est probable que la caverne fouillée par M. Parrot était un lieu de fabrication.

M. Delanoue rappelle qu'il y a dans la Dordogne beaucoup de brèches, comme à Sorges, etc., où l'on n'a jamais trouvé de traces de l'industrie primitive des hommes. Il rapproche de ces fentes accidentelles la prétendue caverne de M. Puel.

M. Transon réclame en faveur d'Hoëné Wronski l'établissement de la cinématique comme science distincte.

M. Laguerre fait une communication sur les courbes que l'on peut tracer sur les surfaces algébriques.

MM. Laurent, Transon et Vallès sont nommés membres de la commission des comptes.

La Société se forme en comité secret; elle décide qu'il y a lieu d'appliquer, à propos de M. Ribaucour, le nouvel article 29 *bis* du règlement; en conséquence, il sera procédé, dans la prochaine séance, à l'élection, suivant les formes ordinaires.

La séance est levée à 11 heures.

Le Secrétaire,
Paul Bert.

Sur la découverte d'une grotte habitée par l'Homme de l'âge du Renne, par MM. Jules et Philippe Parrot.

Les fouilles dont nous avons l'honneur de présenter les résultats ont été faites pendant la seconde moitié du mois d'octobre 1869, à Saint-Martin-d'Excideuil, en Périgord, dans la grotte de l'Église, l'une des nombreuses excavations de la muraille de rochers qui limite, au sud, la petite *vallée de la Loue*. — Elle est distante de 519 mètres de ce cours d'eau, qu'elle domine de 27^{m} 51. — Largement ouverte vers l'ouest, elle a une hauteur de 3 mètres environ dans toute sa longueur qui est de 12 mètres.

Près d'elle on voit les ruines de l'église paroissiale, où l'on officiait encore il y a une soixantaine d'années.

Nous n'avons exploré que la partie antérieure de la caverne, dans ses régions gauche et médiane, et nous estimons à peu près à 3 mètres cubes la masse de terre et de pierres dont nous avons fait l'extraction.

Près de la paroi gauche, la couche la plus superficielle, d'une épaisseur de 10 à 15 centimètres, constituée par une terre sèche, très-meuble et pierreuse, renfermait des spécimens de tous les objets trouvés plus profondément.

Au-dessous, ont été successivement rencontrés : un lit de terre ocreuse sans pierres, de 15 centimètres environ d'épaisseur; puis un terrain noirâtre, rempli de fragments d'os; enfin, à un mètre de profondeur, une assise de terre rouge, que nous n'avons pas dépassée. — Immédiatement au-dessus de celle-ci existait, le long de la paroi, une couche de brèche excessivement dure, remplie de fragments d'os et de silex, et vers le milieu de la grotte, des os humains, dont cinq crânes, que nous considérons comme devant être rapportés aux sépultures de date récente, dont l'église était entourée.

Les débris préhistoriques enfouis dans les diverses couches qui viennent d'être énumérées sont de provenance animale ou des minéraux.

De tous les animaux dont les cornes, les dents ou les os ont été retrouvés, le plus commun est sans contredit le Renne; puis viennent le Bœuf, le Cheval, le Renard, etc., tous animaux non éteints.

Nous avons recueilli, outre une quantité considérable de fragments d'os longs, brisés dans le but d'en extraire la moelle, un certain nombre d'instruments en corne ou en os, ouvrés avec une perfection plus ou moins grande, et parmi lesquels nous comptons des têtes de flèche, un harpon barbelé sur les deux bords, des poinçons, des pièces de collier (dents ou fragments d'os) percées à l'une de leurs extrémités, des masques de chasse, etc.

Les minéraux employés à la fabrication des instruments que nous avons trouvés sont le silex, le jaspe et le cristal de roche.

Les pièces de silex sont infiniment plus abondantes que les autres et présentent de nombreuses variétés d'aspect et de coloration. Quelques-unes sont du type du Moustier, mais, pour la plupart, elles appartiennent à ceux si connus de l'Augerie-Haute. Sans parler des couteaux et des scies, des grattoirs simples ou doubles, non plus que de bien d'autres lames ou lamelles dont l'usage est moins facile à déterminer,

nous croyons devoir attirer surtout l'attention sur les têtes de lance et de flèche.

Les premières, d'une forme très-élégante et retaillées sur les deux faces, rappellent les plus beaux échantillons découverts à Solutré.

Les têtes de flèche sont l'expression d'un art encore plus parfait.

Chacune de ces pièces, dont nous possédons de nombreux exemplaires, se compose de deux parties bien distinctes. — L'une, *la tête* proprement dite, ou portion vulnérante, est plus longue, plus large, et se termine par une pointe acérée. L'autre, que nous appellerons *le talon*, destinée à l'emmanchement, est plus courte, plus étroite, et arrondie à son extrémité. La limite entre ces deux régions de l'instrument est marquée par une échancrure profonde, toujours faite sur le bord droit. Des deux faces, celle qui présente une arête médiane et deux plans, et qui peut être qualifiée de dorsale, est en général la seule qui soit retouchée, celle qui est plane ne l'étant pas, ou seulement à ses deux extrémités. Mais quelques pièces sont taillées transversalement sur les deux faces ; ce sont les plus parfaites.

La destination qui nous semble devoir être attribuée aux deux parties qui constituent essentiellement une tête de flèche n'est généralement pas admise, et même dans les *Reliquiæ aquitanicæ* de MM. Ed. Lartet et H. Christy, l'échancrure du bord droit est considérée, non comme le résultat d'une taille primitive faite dans un but déterminé, mais comme produite par l'usure. Suivant ces maîtres, l'instrument fixée à une hampe, par la portion large et pointue, aurait servi de grattoir.

Contre cette manière de voir, et à l'appui de celle qui nous soutenons, on peut faire les remarques suivantes :

1° C'est sur une longueur à peu près constante que le bord droit a subi une perte de substance au niveau du talon. Celle-ci commence du côté de la tête, par une courbe régulière et est due, non à des brèches inégales, et telles que le produit le hasard, mais bien à des entailles, qui se prolongent parfois jusqu'à l'autre bord, et faites méthodiquement suivant un plan arrêté. — En aucun autre point des arêtes latérales, on ne trouve de traces d'usure;

2° Certaines lames de silex, que l'on est autorisé à considérer comme des ébauches de flèches, présentent sur leur bord droit, du côté de l'extrémité la moins effilée, une échancrure longitudinale, nettement accusée et résultant de l'ablation d'un seul éclat, détaché de la lame, suivant le procédé mis en usage pour la séparer elle-même du nucléus.

3° Enfin, si l'on remarque que sur ces ébauches la face dorsale présente, dans le sens de la longueur, une arête médiane, commune à la tête et au talon, tandis que sur les instruments achevés chacune de ces parties a une arête distincte, celle de la tête ayant conservé la position primitive, tandis que l'autre est plus rapprochée du bord gauche, il est absolument impossible d'attribuer ce résultat à l'usure du bord droit, il faut nécessairement y voir le résultat voulu d'une série de retouches.

Pour ce qui est du cristal de roche, nous dirons seulement que nous en avons recueilli quarante et quelques fragments, pour la plupart d'une grande transparence et dont quelques-uns présentent des marques de taille incontestables.

Cette station des troglodytes de l'âge du Renne est donc remarquable par l'abondance, la variété et surtout par la perfection des instruments de silex que l'on y trouve. Rappelons en effet qu'à côté de quelques échantillons rappelant les types du Moustier, elle renferme des spécimens de toutes les formes trouvées, soit à l'Augerie-Haute, soit à Solutré.

Mais ce qui la caractérise, c'est que, peut-être, elle a été habitée à une période non encore déterminée dans la chronologie de l'époque post-pliocène ; — période probablement très-rapprochée de celle où une révolution radicale s'est accomplie dans la fabrication des instruments de silex. — Quelques-unes de nos pièces de silex sont en effet si admirablement taillées, qu'on est tout naturellement conduit à leur donner une place à côté des belles armes scandinaves.

Sur la cinématique, par M. Abel Transon.

C'est généralement à Ampère qu'on attribue d'avoir eu le premier l'idée d'une science distincte relative aux *lois du mouvement indépendamment des forces qui le produisent.* Nul

doute qu'une telle opinion généralement répandue ait beaucoup facilité l'admission de cette science dans l'enseignement; car dans l'ordre scientifique aussi bien que dans l'ordre moral ou politique, c'est une condition de succès pour les meilleures idées que d'avoir auprès du public la garantie d'un patronage illustre. Mais enfin il n'est que juste de revendiquer la priorité de l'idée dont il s'agit ici en faveur d'un savant moins illustre qu'Ampère, et cependant fameux, en faveur d'Hoëné Wronski.

Il est vrai qu'Ampère, dans son *Essai sur la philosophie des sciences* ou *Exposition d'une classification naturelle des connaissances humaines*, publié en 1834, après avoir rangé la mécanique parmi les sciences qu'il appelle du *premier ordre*, la subdivise comme il suit :

MÉCANIQUE	*Mécanique élémentaire*	Cinématique; Statique;
	Mécanique transcendante	Dynamique; Mécanique moléculaire.

Ce n'est pas le lieu d'expliquer les quatre points de vue d'après lesquels l'auteur décompose chaque science du *premier ordre*, et en particulier la mécanique, en quatre sciences du *troisième*. Jean Reynaud a consacré une partie de sa remarquable dissertation sur *l'Encyclopédie* à montrer combien précaires et insuffisantes sont les bases de la classification d'Ampère (1). Mais il faut constater que la première des quatre subdivisions ci-dessus dénommées excluait positivement l'idée de force, qui au contraire est impliquée dans les trois autres. Et s'il est vrai qu'Ampère, cherchant dans les travaux antérieurs quelques rudiments de la nouvelle science, ait pris pour exemples « ce qu'a écrit Carnot sur le mouve- » ment géométrique, et l'essai sur la composition des ma- » chines de Lanz et Bétancourt, objets fort différents de ce qu'on appelle maintenant *la cinématique;* il ne faut pas oublier qu'il entendait formellement associer l'idée de temps à celle de déplacement; association d'où résulte « la notion » de vitesse, ce qui est une considération tout à fait étran- » gère à la géométrie. » (*Essai*, p. 69.) Or ceci est bien

(1) Voir l'article *Encyclopédie* dans la 41e livraison (1843) de *l'Encyclopédie pittoresque.*

certainement l'idée fondamentale que, sous le nom très-heureusement imaginé de *cinématique*, les auteurs modernes ont développée, soit dans des chapitres préliminaires de la mécanique, soit même dans des traités spéciaux.

Mais si l'association des idées de temps et de déplacement constitue en effet un ordre de considérations distinctes de la géométrie, est-ce à dire qu'on doive en faire une branche de la mécanique? — Sur cela, indépendamment de la priorité qui n'est pas douteuse, je ne crains pas de préférer les vues de Wronski à celles d'Ampère.

En 1818, c'est-à-dire seize ans avant l'apparition de *l'Essai sur la philosophie des sciences*, Wronski, dont la première publication mathématique datait déjà de l'année 1811, a donné, sous le nom d'*Introduction au Sphinx*, un premier preliminaire de ses nombreux travaux philosophiques. En cette même année 1818, il a publié le premier numéro du recueil périodique *le Sphinx;* et dans ce premier numéro « un coup d'œil encyclopédique sur l'ensemble du savoir humain; cette vue d'ensemble était confirmée par un tableau général des sciences, intitulé : *Système architectonique absolu de l'encyclopédie du savoir humain.*

Ceux qui savent de quelles obscurités s'enveloppe la pensée de Wronski ne s'attendront pas à trouver ici la clef de ce système; ce ne serait rien moins, selon l'auteur, que la loi même de la création! Il faut dire seulement que dans tous ses ouvrages : traités de mathématiques, de philosophie, de religion, de politique, d'histoire, partout se retrouvent des résumés offrant, comme traces d'une doctrine fixe, les mêmes formes de classification que le *système du savoir humain.* Or parmi ces formes je constate particulièrement la reproduction constante d'un Ternaire résultant de deux idées hétérogènes qui s'opposent comme pôles, et d'une troisième idée où les deux premières se combinent et se neutralisent. Voici, par exemple, la partie du système architectonique qui se rapporte aux mathématiques.

MATHÉMATIQUES PURES :

a_2, pôles opposés.

a_3, forme de l'être, conjonction de l'espace, étendue; GÉOMÉTRIE.

b_3, forme du savoir, succession du temps, nombre; ALGORITHMIE.

b_2, neutralisation du temps et de l'espace, mouvement; PHORONOMIE (qu'il ne faut pas confondre avec la mécanique, dans laquelle entre de plus la considération de forces).

Ainsi, pour l'auteur du *Sphinx*, le ternaire des mathématiques se compose de géométrie, algorithmie et phoronomie, d'où il exclut formellement l'idée de force. J'ajoute que dans son tableau la *mécanique* a sa place parmi les SCIENCES DE LA NATURE, loin des mathématiques et comme branche de la *physique*.

Sur les coniques sur-osculatrices, par M. Abel Transon.

Combien, en chaque point d'une surface, existe-t-il de coniques ayant un contact du cinquième ordre, c'est-à-dire six points communs avec cette surface? coniques qu'il paraît convenable d'appeler *sur-osculatrices*, puisque cinq points consécutifs déterminent en général la conique qu'on appelle *osculatrice*.

En chaque point d'une surface il existe une infinité de coniques sur-osculatrices et on ne peut poser la question de leur nombre qu'eu égard à un ensemble de sections de la surface qui soit bien défini. — Par exemple, on trouve que, dans l'ensemble des sections planes qui contiennent une même droite menée par le point de la surface que l'on considère, droite oblique ou normale, mais non tangente à la surface, il y en a NEUF qui admettent en ce point une conique sur-osculatrice, ellipse ou hyperbole. De ces neuf sections à coniques sur-osculatrices, l'une au moins est toujours réelle, les huit autres pouvant être imaginaires par couples. — Quant à l'ensemble des sections menées par une même tangente, il en est seulement TROIS, y compris le plan tangent, qui jouissent de la propriété d'avoir une conique sur-osculatrice. Dans le plan tangent, la conique sur-osculatrice est formée par l'ensemble des deux asymptotes, réelles ou imaginaires, de l'indicatrice. Étant entendu que les deux autres sections peuvent être imaginaires.

NOTA. — Selon M. Spottiswoode, on pourrait mener en chaque point d'une surface DIX coniques sur-osculatrices, soit toutes réelles, soit imaginaires par couples (voir *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, séance du 21 mars 1870.) Mais ce savant géomètre n'ayant pas défini le système de sections qui offrent ce nombre de dix sections sur-osculatrices, l'énoncé de son théorème est certainement incomplet.

Sur les courbes que l'on peut tracer sur les surfaces algébriques par M. Laguerre.

1. Soit (M) une courbe quelconque tracée sur une surface S; concevons, qu'en chaque point M de cette surface, on porte sur la normale à partir du point M une longueur N, fonction de la distance de ce point à un point fixe de la courbe pris pour origine. Soient M et M′ deux points infiniment voisins situés sur (M) et N, N′ les longueurs portées sur les normales en ces points, la somme algébrique des projections de ces longueurs sur la corde N N′ est en général du second ordre; mais, quand elle est d'un ordre supérieur, elle est du quatrième ordre, comme je l'ai fait voir dans la dernière communication que j'ai eu l'honneur de faire à la Société.

Le long de la courbe (M), on peut donc concevoir que l'on porte sur chacune des normales, à partir de son pied, une longueur N définie par la condition que la somme des projections de deux de ces longueurs, correspondant à deux points infiniment voisins sur la corde qui joint ces points, soit d'un ordre supérieur au second, soit, par conséquent, au moins du quatrième ordre; ou, si l'on veut encore employer un langage moins précis, mais plus simple, que cette somme soit nulle.

Cette longueur N qui doit être ainsi portée sur la normale, en chaque point de la courbe, je la désignerai, pour abréger, sous le nom de *segment normal*, au point considéré. Elle n'est évidemment définie qu'à un facteur constant près; et on peut l'obtenir au moyen de l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dN}{N} = \frac{1}{3}\,\frac{dr}{r} + \frac{2}{3}\,\frac{d\varpi - d\eta}{\text{tang}\,\varpi},$$

équation où r représente le rayon de courbure de la section de la surface normale à la courbe au point considéré, $d\eta$ l'angle de torsion de la courbe en ce point et ϖ l'angle du plan osculateur de la courbe, avec le plan tangent à la surface.

En posant pour abréger, $\frac{d\varpi - d\eta}{\text{tang}\,\varpi} = E ds$, j'écrirai l'équation précédente sous la forme :

$$(1) \qquad \frac{dN}{N} = \frac{1}{3}\,\frac{dr}{r} + \frac{2}{3}\,E ds$$

Il est clair que, soit pour une ligne de courbure, soit pour une ligne géodésique de la surface, l'on a

$$E = 0$$

2. En ce qui concerne les surfaces algébriques, on peut obtenir de l'expression $\frac{dN}{N}$ une autre valeur qui mérite d'être signalée.

Soit F (x, y, z) le polynome entier qui, égalé à zéro, donne l'équation de la surface en coordonnées rectangulaires ; considérons l'expression

$$W = \sqrt{\left(\frac{dF}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dF}{dy}\right)^2 + \left(\frac{dF}{dz}\right)^2};$$

j'appellerai, en employant une expression de M. Lamé, *paramètre* d'un point m, par rapport à la surface, la valeur que prend l'expression précédente lorsqu'on y substitue les coordonnées du point m, et je représenterai sa valeur par la notation

$$W\,(m).$$

Cela posé, on établira facilement la proposition suivante : « En désignant par m et m' deux points d'une surface algébrique, si l'on appelle a, a', a''.... les points où la corde mm' coupe la surface et V, V' les angles que fait cette corde avec la normale, aux points considérés, l'on a la relation :

$$\frac{W(m)\cos V}{W(m')\cos V'} + \frac{ma.\,ma'.\,ma''\ldots}{m'a,\,m'a',\,m'a''} = 0.\text{»}$$

D'où la conséquence suivante : étant tracée une courbe sur la surface S, et N désignant en un point donné le segment normal, l'on a

$$N\cos V + (N + dN)\cos V' = 0;$$

$(N + dN)$ et V' se rapportant au point infiniment voisin sur la courbe. Cette expression se transforme facilement au moyen de la relation précédente et donne alors l'équation suivante :

$$\frac{dN}{N} = \frac{dW}{W} + ds\left(\frac{1}{ma} + \frac{1}{ma'} + \frac{1}{ma''} + \cdots\right);$$

En représentant, pour abréger, le coefficient de ds par K, je l'écrirai sous la forme suivante :

$$(2) \qquad \frac{dN}{N} + \frac{dW}{W} + K ds.$$

3. Etant tracée une courbe fermée sur une surface algébrique, si, en partant d'un point pris sur la courbe, on la décrit en portant à chaque instant sur la normale une longueur égale au segment normal, les extrémités de tous ces segments décriront une courbe, et il pourra se faire qu'en revenant au point de départ, le segment reprenne la même valeur qu'il avait à l'origine; dans ce cas, la courbe formée par les extrémités des différents segments se fermera, et il résulte des équations (1) et (2) que la condition nécessaire et suffisante pour que cela ait lieu, c'est que les intégrales

$$\int K ds \text{ et } \int \frac{d\eta}{\operatorname{tang}\varpi}$$

étendues à tout le contour de la courbe aient une valeur nulle.

4. Imaginons maintenant que les points de la surface étant définis par deux coordonnées quelconques x et y, nous substituions à $\frac{dN}{N}$, dans l'équation (1), une différentielle

exacte $d\mathrm{T}$ d'une fonction quelconque de x et y, l'intégration de l'équation

$$(3) \qquad d\mathrm{T} = \frac{1}{3}\,\frac{dr}{r} + \frac{2}{3}\,\mathrm{E}ds$$

fournira un système de courbes jouissant de la propriété que les extrémités des segments correspondant aux divers points de ces courbes forment une surface Σ.

L'équation précédente étant du troisième degré en $\frac{dy}{dx}$ donnera la même surface Σ ; en sorte que, sur la surface, elles formeront un triple système la partageant en triangles et de telle sorte que, par chaque point, il passe trois de ces courbes.

Quelle que soit celle de ces courbes que l'on considère comme passant par un point donné, le segment normal relatif à ce point est toujours le même.

De là et de l'équation (2) découle la conséquence suivante, qui résulte immédiatement de ce que W est une fonction de point sur la surface.

« Un triangle, ou, plus généralement, une figure quelconque étant formée par des lignes qui satisfont à l'équation différentielle (3), l'intégrale

$$\int \mathrm{K}ds$$

étendue à tout le contour de cette figure est égale à 0. »

5. Supposons le triangle infiniment petit et formé par trois courbes passant en des points infiniment voisins d'un point donné m de la surface, la relation précédente devient alors

$$ds\left(\frac{1}{ma}+\frac{1}{ma'}\cdots\right)+ds'\left(\frac{1}{mb}+\frac{1}{mb'}\cdots\right)+ds''\left(\frac{1}{mc}+\frac{1}{mc'}\cdots\right)=0.$$

D'où la proposition suivante :

« Si, par un point m d'une surface algébrique, on mène une tangente quelconque à la surface, le lieu des centres

harmoniques du point m, relativement aux divers points où la tangente coupe la surface, est une courbe de troisième ordre ayant pour point double le point m; si l'on imagine racé sur la surface un plan quelconque des systèmes triples de courbes qui résultent de l'intégration de l'équation (3), les tangentes aux trois courbes qui se croisent au point m rencontrent la courbe de troisième ordre que j'ai définie en trois points situés en ligne droite. »

En particulier, l'on peut dire que, sur une surface de troisième ordre, les tangentes, en un point quelconque, aux trois courbes qui s'y croisent, rencontrent la surface en trois points situés en ligne droite.

6. Je signalerai ici quelques-uns des cas les plus intéressants que l'on peut étudier.

En premier lieu se présentent les courbes pour lesquelles on a $K = 0$; l'on voit alors que $N = W$, c'est donc une fonction de point.

En second lieu, on peut considérer les courbes par lesquelles on a

$$N = \text{constante}.$$

Ces courbes, il est facile de le voir, sont celles déjà étudiées par M. de la Gournerie, et le long desquelles la section normale est surosculée par un cercle.

De ce que j'ai dit ci-dessus, il résulte en particulier que, sur une surface de troisième ordre, si l'on mène, par un point donné, les tangentes aux sections normales surosculées par des cercles, les trois tangentes ainsi obtenues rencontrent la surface en trois points situés en ligne droite.

7. D'après la formule (2), l'on voit que pour les surfaces de second ordre, comme K est toujours nul, N est une fonction de point; de là résulte l'intégration des lignes géodésiques de ces surfaces et la plupart de leurs propriétés connues. Pour les surfaces de degré supérieur, la formule montre que N ne peut être fonction de point.

De cette simplification remarquable qui a lieu pour les surfaces du second ordre, découlent quelques conséquences dignes d'intérêt.

Le long d'une ligne géodésique, la normale à la surface se confondant avec la normale principale à la courbe, il en

résulte la propriété suivante de toute ligne géodésique tracée sur une surface du second degré, propriété qui la définit en elle-même et indépendamment de la surface sur laquelle elle est tracée :

« La ligne géodésique d'une surface du second degré est une courbe telle que les portions des normales principales interceptées entre deux points quelconques de la courbe et un plan fixe, ont des projections égales et de signe contraire sur la corde qui joint ces points. »

De cette proposition on déduirait facilement, au moyen des formules de M. Serret, les deux équations différentielles qui relient entre eux les rayons de courbure et de torsion, et l'arc d'une ligne géodésique tracée sur une surface du second ordre.

Sur les figures semblables, par M. A. Grouard.

I.

1. Le problème que nous avons été amené à traiter par les considérations qui précèdent est le suivant:

Une figure se déplace dans un plan en restant semblable à elle-même; on donne à chaque instant les rayons de courbure de trois courbes qui sont les trajectoires de points ou les enveloppes de droites de la figure. Il s'agit d'en déduire le rayon de courbure d'une trajectoire ou d'une enveloppe quelconque.

2 La question ainsi posée présente quatre cas distincts, suivant que les trois courbes connues sont :

1° Les enveloppes de trois droites;

2° Les trajectoires de trois points;

3° Les enveloppes de deux droites et la trajectoire d'un point.

4° Les trajectoires de deux droites et l'enveloppe d'un point.

Elle peut être résolue dans tous les cas par deux méthodes différentes, l'une en partie algébrique, l'autre purement géométrique ; je ne parlerai ici que de cette dernière.

II.

3. Cette solution repose sur quelques nouvelles propriétés des cercles des inflexions et des rebroussements :

Le rayon de courbure de l'enveloppe d'une droite dont le point de contact est sur le cercle des inflexions, est égal à quatre fois le rayon d'un cercle passant par le centre instantané et tangent à la droite dont il s'agit, au point où elle touche son enveloppe.

En particulier, le rayon de courbure de l'enveloppe de la droite dont le point de contact est au point K où concourent toutes les tangentes aux points d'inflexion est égal à quatre fois le rayon du cercle de ces points.

4. Cette dernière remarque permet de déterminer le point K quand on connaît le point I du cercle des rebroussements qui a été défini précédemment, et le point R du même cercle où concourent les tangentes en tous les points de rebroussements, en supposant, bien entendu, que le centre instantané C et l'angle α soient connus ; car, pour cela il suffit de mener la normale en K dont la direction s'obtient de suite et sur laquelle trois droites connues CR, OO' (ligne des centres des deux cercles des inflexions et des rebroussements faciles à déterminer) et IR doivent intercepter deux segments dont le rapport soit $\frac{1}{3}$.

Cette même remarque permet aussi de déterminer le point I quand ce sont les deux points R et K qui sont connus.

5. Autre théorème.

Le cercle de courbure de la trajectoire d'un point du cercle des rebroussements passe par le centre instantané.

En particulier, le cercle des rebroussements est le cercle de courbure de la trajectoire du point R.

Cette remarque permet de déterminer ce point R quand

on connaît le point I' du cercle des inflexions qui a été défini précédemment et le point K du même cercle, et inversement, si R et K sont connus, de déterminer I'.

III.

6. Ainsi que je l'ai dit, ces diverses propriétés conduisent dans tous les cas à la solution du problème proposé, et je vais le montrer brièvement:

1° Dans le premier cas, on a de suite les points I et R du cercle des rebroussements, on en déduit le point K et ensuite le point I' du cercle des inflexions. Il est alors facile d'obtenir un rayon de courbure quelconque comme je l'ai montré dans la note précédente.

2° Dans le second cas, ce sont les points I' et K que l'on a immédiatement et les points I et R que l'on détermine ensuite.

3° Dans le troisième cas, on a facilement un point du cercle des rebroussements au moyen des rayons de courbure des deux enveloppes données; on peut, par suite, obtenir le rayon de courbure de la trajectoire de ce point. On connaît alors les rayons de courbure de deux trajectoires, ce qui permet de déterminer un point du cercle des inflexions d'où l'on déduit le rayon de courbure d'une troisième enveloppe; et le problème est ramené aux cas précédents.

4° Le quatrième cas peut se traiter d'une façon toute semblable.

7. Telle est donc la solution générale du problème ; elle exige, comme on voit, un tracé assez long; mais elle se simplifie considérablement dans beaucoup de cas particuliers dont je vais dire quelques mots.

IV.

8. Il y a d'abord les cas où, pendant le mouvement de la figure, le centre instantané reste fixe ou l'angle α constant. Dans le premier, un seul rayon de courbure permet de déterminer tous les autres; dans le second, deux seulement sont nécessaires.

9. Ensuite, lorsque certains points de la figure décrivent

des droites ou que certaines droites passent par des points fixes, la construction des cercles des inflexions ou des rebroussements se trouve très-simplifiée.

C'est ce qui arrive lorsque l'on cherche à appliquer la méthode à la détermination du rayon de courbure de la développée de l'ellipse; mais, dans cet exemple, il se trouve une autre particularité qui entraîne aussi une grande simplification de tracé; je ne crois pas devoir passer sous silence la proposition à laquelle j'ai été conduit en l'observant.

10. Lorsqu'une figure se meut en restant semblable à elle-même, il existe à chaque instant une infinité de points tels que les rayons de courbure de leurs trajectoires sont les mêmes que ceux des enveloppes des droites dont les points de contact sont en ces points.

La proposition dont je veux parler consiste en ce que :

A chaque instant le lieu des points ainsi définis est un nouveau cercle tangent au lieu du centre instantané.

Ce cercle jouit de plus de cette propriété d'être le lieu des moyennes harmoniques du centre instantané par rapport à l'ensemble des deux cercles des inflexions et des rebroussements.

11. C'est parce que l'on a à considérer des points de ce cercle, quand on cherche à déterminer le rayon de courbure de la développée de l'ellipse et surtout celui de la *dernière développée de la parabole*, que, dans ces cas particuliers, la solution générale devient très-simple.

J'indiquerai seulement l'exemple de la parabole qui me paraît assez digne de remarque :

Soit M un point de la parabole, F le foyer, Ω le centre de courbure, MO le quart du rayon de courbure MΩ. Si par le point O on mène une parallèle au rayon vecteur FM, qui rencontre en O' la normale en Ω à la développée, ΩO' est le quart du rayon de courbure de cette développée.

Soit enfin Ω' le centre de courbure que l'on obtient ainsi, K le point de rencontre de la droite Ω'M avec la directrice de la parabole, projetons en C le point Ω sur cette droite Ω'M, et prenons le point R conjugué harmonique de K par rapport à M et C; la droite contiendra le centre de courbure de la deuxième développée au point Ω'.

Sur les causes de l'ensablement des ports et lagunes de Venise, par M. Cialdi.

M J. Delanoue a fait, dans cette séance, la communication suivante :

M. le commandeur Cialdi, de Civita-Vecchia, m'a chargé de présenter, de sa part, à la Société, un opuscule sur *Porto-levante, e cause del suo insabbiamento*. L'auteur, bien connu par ses beaux travaux hydrauliques et en dernier lieu par sa polémique au sujet de Port-Saïd, discute aujourd'hui les causes de l'ensablement des ports et lagunes de Venise pour tâcher d'arriver aux moyens d'y remédier.

Il est bien étonnant que, malgré le mérite remarquable et incontesté des ingénieurs hydrauliciens d'Italie, il règne sur ce sujet, aujourd'hui et depuis des siècles, les opinions les plus contradictoires ; et il est bien regrettable que ces opinions se soient si souvent traduites en immenses travaux hydrauliques, quelquefois inutiles, et, dans tous les cas, tout à fait insuffisants. Cette question est si peu avancée qu'on en est encore à se demander : 1° si les sables qui encombrent les ports de Venise proviennent du Pô ou de l'Adige ; 2° s'ils sont apportés par les tempêtes ou par le courant littoral.

On vient de recueillir et d'analyser six échantillons des dépôts qui se forment actuellement au Pô de Maistra, à l'Adige et à Porto-Levante. Examen fait de la nature de ces matériaux, on s'est vu en droit de conclure que les attérissements de Porto-Levante proviennent de l'Adige et non du Pô. Mais M. Cialdi dit avec beaucoup de raison que pour arriver à la solution d'une question aussi controversée, de pareilles expériences doivent être continuées plusieurs années, sur une très-grande échelle et dans toutes sortes de circonstances différentes (hauteur des fleuves, direction et force des vents, etc., etc.). Je crois aussi, comme M. Cialdi, que le Pô, l'Adige, les vents et le courant littoral conspirent tous, tantôt ensemble, tantôt séparément, pour combler les ports et consommer la ruine de cette illustre cité. Il est bien temps de faire un suprême effort pour conjurer le danger.

Il faut, pour cela, tout d'abord étudier, et beaucoup mieux que par le passé, les lois qui président à la formation des attérissements. C'est à ce point de vue que je vous signale comme bien méritoire, l'intéressant travail de M. le commandeur Cialdi.

— M. Vallès pense, comme M. Delanoue, que les causes des ensablements sont multiples, et que pour se rendre compte des effets produits sur les rivages de la mer, il faut, dans chaque localité, procéder à une étude très-attentive et très-complète des forces antagonistes qui s'y trouvent en présence, savoir, d'une part les actions provenant de la mer, d'autre part celles provenant du continent.

S'il y a équilibre entre les unes et les autres, l'état du rivage dans son ensemble sera permanent.

Si, au point de vue des apports, la mer est plus puissante, le rivage gagnera et s'exhaussera.

Si, au contraire, les actions continentales ont plus d'énergie, le rivage perdra et s'abaissera.

Mais l'étude complète de ces deux ordres d'action est très-difficile, très-délicate, et il ne paraît pas possible de poser à cet égard des règles générales, parce que ces actions dépendent d'une foule de circonstances particulières qui varient suivant les localités.

M. Vallès se propose d'en citer des exemples qui feront l'objet d'une communication ultérieure.

IMP. CENTRALE DES CHEMINS DE FER. — A. CHAIX ET C°, RUE BERGÈRE, 20, A PARIS. — 10250-0.

165

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS.

Séance du 9 avril 1870.

PRÉSIDENCE DE M. LAUSSEDAT.

La correspondance manuscrite contient une lettre de M. Pruner-Bey, remerciant la Société de l'avoir nommé membre correspondant.

M. Ribaucour est élu membre titulaire dans la 1re section, par application du nouvel article 29 bis du règlement.

M. Painvin est nommé membre correspondant.

M. Mannheim présente la suite du travail de M. A. Grouard *sur les figures semblables.* (Voy. p. 115).

M. de Seynes fait une communication *sur les modifications que les différents milieux impriment à diverses Mucédinées.*

M. Roze fait observer qu'il est extrêmement difficile de déterminer exactement l'origine du *penicillium;* les observations de M. de Seynes peuvent éclairer ce point.

M. P. Bert, à propos des Mucédinées considérées comme ferment, appelle l'attention sur un résultat intéressant des recherches récentes de M. Raulin sur le développement de certaines Mucédinées. Ce chimiste a vu que le liquide où avaient poussé les plantes contenait une substance qui rougissait au contact des persels de fer. M. Bert rapproche de ce fait la réaction semblable que présente parfois la salive humaine, réaction que l'on attribue généralement au sulfocyanure de potassium; ce sel toxique, dont la présence dans la salive est si singulière, pourrait-il provenir de l'action de quelque Microphyte ou de quelque Microzoaire habitant la bouche dans certaines circonstances?

M. de Seynes dit qu'effectivement on trouve quelquefois dans la bouche des Mucédinées.

M. Planchon montre un certain nombre de dessins représentant la structure anatomique de diverses substances de la matière médicale.

Les recherches qu'il poursuit dans cette direction seront utiles, non seulement pour la détermination de ces substances, mais pour la systématique des végétaux.

M. Transon fait des observations *sur un théorème concernant la théorie des surfaces*, inséré par M. Spottiswood, dans les Comptes-rendus de l'Académie des Sciences (T. LXX, p.651 ; 1870).

L'énoncé de ce théorème lui paraît entaché d'erreur.

M. Vaillant fait une communication *sur les coquilles des Vermets*. (Voy. p. 83).

M. Paul Bert communique les *résultats d'expériences faites sur des chiens atteints de tic*. (Voy. p. 88).

La Société se forme en comité secret.

M. Bureau fait un rapport sur les travaux de M. de Saporta, présenté comme membre correspondant.

Les principaux travaux de M. de Saporta sont les suivants :

Etudes sur la végétation du sud-est de la France à l'époque tertiaire. Nombreux mémoires publiés dans les Annales des sciences naturelles. Le tirage à part forme 3 volumes in-8° avec très-nombreuses planches. Paris, 1863-1867.

Sur le rôle des végétaux à feuilles caduques dans les flores tertiaires analogues au miocène proprement dit, et spécialement dans celle du gypse d'Aix. (Archives des sciences physiques et naturelles de Genève, mars 1863, t. XVI.)

Sur la découverte d'une Cycadée dans le terrain tertiaire moyen de la Provence. (Bull. de la Soc. géol. de France, 2e vol. t. XXI, p. 314, 6 juin 1864, 1 planche.)

Notice sur les plantes fossiles des calcaires concrétionnés de Brognon, (Côte-d'Or.) (Bull. de la Soc. géol. de France, 2e sér. t. XXIII, p. 253, 15 janvier 1866, avec 2 planches.)

Sur la température des temps géologiques, d'après des indices tirés de l'observation des plantes fossiles. (Archives des sciences phys. et nat. de Genève, février 1867.)

Remarque sur les genres de végétaux actuels dont l'existence a été constatée à l'état fossile, leur ancienneté relative, leur distribution, leur marche et leur développement successif. (Bull. de la Soc. bot. de France, t. XIII. 23 mars 1866.)

Aperçu sur la flore de l'époque quaternaire. (Annuaire de l'Institut des Provinces, 1868.)

La flore des tufs quaternaires en Provence. Comptes-rendus de

la 33e session du congrès scientifique de France, 1867, avec 1 pl.)

Notice sur l'*Asplenium Petrarchæ*. (Bull. de la Soc. bot. de France, t. XIV, 1867, séance du 26 avril, avec pl.)

Caractères de l'ancienne végétation polaire : Analyse raisonnée de l'ouvrage de M Oswald Heer, intitulé *Flora fossilis arctica*. (Ann. des sc. nat. 5e sér. t. IX, 1868. p. 86.)

La végétation du globe dans les temps antérieurs à l'homme. (*Revue des Deux Mondes*, 5 mars 1868.)

La Paléontologie appliquée à l'étude des races humaines. (*Revue des Deux Mondes*, 15 août 1868).

Notice sur les plantes fossiles de Coumi et d'Oropo (Grèce). (Mémoires de la Soc. géolog. de France, in-4°, 2 pl.)

Prodrome d'une flore fossile des travertins anciens de Sézanne. (Mémoires de la Soc. géolog. de France, 3e sér., t. VIII, in-4° avec 15 pl.)

La séance est levée à 11 heures.

Le secrétaire.
PAUL BERT.

Sur les caractères qui permettent de reconnaître les coquilles des Vermets et de les distinguer des tubes de certaines Annélides, par M. Léon Vaillant.

M. Deshayes ayant bien voulu me confier le soin de classer la collection des Vermétidées appartenant au Muséum, j'ai eu à me préoccuper de la question posée par tous ceux qui ont étudié ces Mollusques, à savoir : des moyens de distinguer leurs coquilles de tubes qui leur ressemblent souvent beaucoup, quoique produits par des êtres cependant bien différents, puisqu'ils appartiennent à un autre embranchement du règne animal, les Annélides. D'excellents caractères ont été donnés déjà par M. de Blainville, M. Mörch et d'autres auteurs; cependant parfois, lorsqu'il s'agit d'espèces fossiles ou dans un mauvais état de conservation, on peut se trouver fort embarrassé, c'est pourquoi je désirerais attirer un instant l'attention des malacologistes sur l'appréciation de quel-

ques-uns des caractères invoqués et sur une remarque, on pourrait dire pathologique, qui, dans certaines circonstances, pourra être de quelque secours.

Lorsqu'on a à sa disposition des coquilles bien entières, il est toujours facile de reconnaître la coquille des Vermets à sa composition, à son organisation histologique, à certaines dispositions intérieures.

On sait que ces Mollusques, fixés en général à l'état adulte à des corps submergés, lorsqu'ils sont jeunes sont au contraire libres; les recherches de M. Lacaze-Duthiers sur le développement de quelques espèces de la Méditerranée (1) ont fait connaître tous les détails de cette transformation. A cette époque, l'animal est protégé par une coquille parfaitement régulière présentant parfois un système d'ornementation et une couleur spéciale. Il n'est pas inutile de remarquer en passant que la forme varie suivant les espèces: ainsi, dans celles de la section des *Vermiculus* elle est turriculée; dans le *Siphonium afrum* Morch (qui est plutôt un *Spiroglyphus*) sa forme est moins allongée et rappelle plutôt celle d'une Helix ou d'une Paludine; dans plusieurs autres *Siphonium* (*S. textum, S. pictum, S. nebulosum*), dans le *Bivonia triquetra* elle rappelle celle d'un Planorbe; dans le *Stephopoma roseum* elle est nautiloïde. Ces variations, lorsqu'elles auront été mieux étudiées, seront certainement d'un grand secours dans l'étude de ce groupe difficile, et serviront utilement pour en distinguer les espèces et peut-être pour sa division en sections plus commodes et plus naturelles que celles proposées jusqu'ici. Mais lorsque l'animal est devenu sédentaire, cette régularité cesse, et à la *coquille jeune*, dont je viens de parler, en succède une autre, sous forme de tube très-diversement disposé et, ce qui d'ailleurs se retrouve dans bon nombre de coquilles fixées, empruntant souvent aux corps sous-jacents son mode d'ornementation ou certains caractères analogues.

Cependant, cette *coquille adulte* dans chaque espèce, offre d'ordinaire des particularités de coloration et de forme qui peuvent servir à les distinguer. Il n'en est plus de même

---

(1) Mémoire sur l'anatomie et l'embryogénie des Vermets. — Ann. Sc. Nat. 4e Ser., t. XIII, p. 266 et suiv., 1860.

d'une troisième portion de test que l'animal secrète, lorsqu'il atteint son développement extrême, et qui peut, en conséquence, recevoir le nom de *coquille sénile* (*testa grandœva*, Mörch); alors le tube invariablement cylindrique, mince, souvent incrusté de particules étrangères, sables, graviers, débris de coquilles, etc., n'offre plus de caractères spéciaux. Cette différence dans l'enveloppe testacée, à différentes périodes du développement, n'existe, naturellement, jamais dans les tubes des Annélides.

On trouve encore dans la structure de ces parties dures des différences caractéristiques importantes parce qu'elles résultent de leur mode de formation et indiquent bien, dans l'un comme dans l'autre cas, les rapports physiologiques qu'elles ont avec les animaux dont elles proviennent. Chez les Vermets, la coquille, produite comme celle des autres Mollusques par une sécrétion parfaite du manteau, offre l'organisation connue de tous les histologistes, et sur laquelle les travaux de M. Carpenter, en particulier, ont jeté un si grand jour. On y distingue, suivant M. Mörch, trois couches, tandis que chez les Annélides il n'y en aurait que deux. Cette différence en ce qui concerne le nombre des couches ne me paraît pas absolument exacte. Dans ces Mollusques on peut distinguer, il est vrai, une couche nacrée, une couche intermédiaire compacte et une couche épidermique colorée; mais, au point de vue de la structure intime, les deux premières doivent être réunies en une seule, qu'on pourrait désigner sous le nom de couche éburnée, on sait que l'aspect nacré est simplement dû à une différence d'agencement des éléments et ne porte pas sur la texture proprement dite; quant à la couche épidermique, bien qu'elle soit, souvent, en partie caduque, cependant il en reste toujours des traces; dans la plupart des cas elle est même bien développée et facilement reconnaissable à sa coloration. La couche éburnée est surtout caractéristique, sa structure étant fort nette, sur des coupes fines menées dans différentes directions; elle est composée d'éléments évidemment prismatiques, agencés de manière à donner un dessin finement réticulé, c'est ce qu'on désigne, avec M. Carpenter, sous le nom de structure ridée.

Dans les Annélides il n'en est pas de même; sur les coupes des tubes, quelle que soit la direction qu'on donne à celles-

là, ceux-ci paraissent formés de couches plus ou moins distinctes, concentriques, et parfois l'externe colorée simule une sorte d'épiderme, mais un examen tant soit peu attentif montre que partout la structure est la même, et que cette structure n'offre rien de net, les éléments, ou plutôt les matériaux, étant groupés sans ordre en une masse homogène. Cette différence est des plus importantes, parce qu'elle est en rapport avec l'origine physiologique des parties; la coquille du mollusque, à un certain moment fait, on peut dire, corps avec l'être lui-même, elle est sécrétée régulièrement et organisée en cellules à la surface de ses téguments ; au contraire le tube des Annélides est formé par un simple dépôt à la surface cutanée, une sorte de précipitation, si je puis dire, de sels calcaires, se faisant il est vrai au moyen des humeurs animales, mais cessant de faire partie de l'organisme dès ce moment.

Le caractère de la structure n'est toutefois applicable qu'à la coquille jeune et à la coquille adulte, pour ce qui est de la coquille sénile on ne saurait y avoir recours. Celle-ci semble formée par précipitation ou tout au moins sa structure est beaucoup moins parfaite et, dans un bon nombre de cas, il serait difficile, sinon impossible, de distinguer des portions séparées de ces tests de Vermets de tubes de Serpules. Il y a là des faits analogues à ceux que l'on remarque dans la sécrétion du long tube des Arrosoirs ou des Tarets, comparé aux véritables coquilles, c'est-à-dire aux valves, de ces animaux.

Je mentionnerai ici le caractère classique donné par de Blainville de l'occlusion terminale et du cloisonnement successif de la coquille des Vermets, tandis que chez les Annélides, dans la presque universalité des cas, le tube est ouvert postérieurement, ce qui était nécessité par la position terminale de l'anus, tandis que, dans le type Mollusque, le rapprochement des orifices du tube digestif permet de comprendre qu'une seule ouverture soit suffisante.

Enfin les Vermets, en tant que Mollusques, sont sujets à certains accidents dont les Annélides par la raison contraire, paraissent exempts. Ainsi la substance éburnée de leur coquille est traversée d'ordinaire par ces tubes fins, anastomosés, que M. Carpenter a désignés sous le nom de *structure tubulée*

et qu'on rencontre si habituellement qu'on peut être tenté de considérer ces sortes de conduits comme faisant réellement partie constituante du tissu, quoique l'opinion la plus vraisemblable porte à y voir le travail d'un être perforateur, probablement de nature végétale. Cependant ces canaux n'ayant été jamais rencontrés jusqu'ici avec cette apparence que dans les coquilles des Mollusques et dans la substance éburnée, leur présence doit être considérée comme un caractère de première valeur, d'autant plus précieux qu'on peut le constater sur de très-petits fragments; il faut toutefois que la substance soit dans un état de parfaite conservation; aussi sur les coquilles fossiles est-il souvent indiscernable, la couche éburnée ayant, comme on le sait, une grande tendance à se métamorphoser ou à disparaître.

Il n'en est pas de même d'un autre accident que j'ai pu observer un assez bon nombre de fois sur des Vermets d'espèces actuellement vivantes et qui, dans quelques cas, pourra, je pense, être employé fort utilement. On sait que certains Gastéropodes zoophages, tels que les Murex, ont l'habitude de se nourrir d'autres Mollusques, dont ils dévorent la substance après avoir perforé le test. Les ravages du *Murex erinaceus* dans les huîtrières ne sont que trop connus des éleveurs (1). J'ai rencontré sur beaucoup de Vermets de la collection du Muséum des perforations ainsi produites et dont les caractères ne peuvent laisser aucun doute sur leur origine. Je n'ai pu en trouver de semblables sur un très-grand nombre de tubes d'Annélides que j'ai examinés soigneusement dans ce but. Cette observation me paraît avoir une certaine importance; on sait fort bien, en effet, que les Gastéropodes perforateurs n'attaquent pas indifféremment tous les corps, mais seulement les coquilles et encore les coquilles pleines, ils font même preuve, suivant la remarque de M. Fischer, d'un instinct singulier dans le choix du lieu de la perforation, c'est toujours là où ils doivent rencontrer des organes importants. On peut, d'après cela, considérer comme établi que ces animaux,

---

(1) Voy. Fischer, Faune conchyliologique marine du département de la Gironde, p. 26, chap. IV. — Actes de la Société Linnéenne de Bordeaux, tome XXV, 4e livraison, 1865.

par une perception spéciale, savent d'avance ces différents détails.

Or, pour les Annélides, d'un côté la nature de l'animal recouvert par un tégument plus dur et de plus armé de soies défensives, ce qui en fait une proie toute différente de ce que sont les Mollusques, d'un autre côté, la facilité que possèdent ces vers de pouvoir quitter leur tube puisqu'ils n'y sont attachés par aucun point et y circulent librement, sont autant de circonstances qui rendraient inutile le travail du perforateur. Il est donc admissible que si l'on ne rencontre ces accidents que sur les coquilles des Vermets il ne faut pas y voir une circonstance fortuite, mais bien une différence tenant à la nature même de l'animal qui y est contenu; à ce titre elles peuvent servir, comme les caractères précédemment énoncés, à leur distinction.

Il est sans doute inutile d'insister pour prévenir contre la confusion qu'on pourrait faire entre les perforations dues aux Mollusques zoophages et celles que pratiquent certains autres êtres tels les Gastrochènes, les Cliones, etc., il suffit, je pense, d'appeler l'attention sur ce fait, un examen un peu attentif lèvera toujours facilement toute difficulté, tant les premières par leur situation, leur isolement, leur forme en entonnoir à large ouverture en dehors, sont bien caractérisées.

Sur le tic ou chorée des Chiens, par M. Paul Bert.

J'ai fait, sur le *tic* des Chiens, une série de recherches qui ntéressent au moins autant la physiologie que la pathologie et dont je vais rendre compte.

Tout le monde connaît ces mouvements singuliers, involontaires, si communs chez les Chiens, et qui s'exécutent avec un rhythme très-régulier, comme j'ai pu m'en assurer par la méthode graphique.

On peut, pour expliquer ces contractions musculaires, in-

voquer, *à priori,* plusieurs causes. On peut, en effet, penser :

A. — Que les muscles sont eux-mêmes malades, et que le mouvement rhythmé est directement excité en eux;

B. — Qu'il se fait à des intervalles réguliers, dans les parties frappées du *tic*, une excitation anormale du système nerveux sensible, excitation centripète, laquelle aurait pour conséquence une autre excitation de la moelle épinière et, par suite,une décharge sur les nerfs centrifuges et les muscles;

C. — Que les centres nerveux eux-mêmes sont malades, et cela dans une région beaucoup plus étendue que celle de laquelle naissent les nerfs qui se rendent aux muscles atteints de *tic*;

D. — Que la moelle épinière est seule malade, dans la région correspondante aux parties convulsées. Et alors, D', que cette maladie de la moelle épinière réside seulement dans une moitié latérale ou, D'', dans les deux moitiés; *d*, qu'elle a pour siége la substance blanche ou, *d'*, la substance grise, et, dans cette dernière hypothèse, qu'elle atteint η les cellules motrices, ou η' les cellules réceptrices sensibles.

Voyons maintenant ce que dit l'expérimentation.

L'hypothèse A se trouve d'abord écartée par une expérience simple, qui consiste à sectionner les nerfs du membre atteint de *tic*; celui-ci s'arrête aussitôt: la cause du *tic* réside donc dans le système nerveux.

Sur plusieurs chiens atteints de *tic* de l'un des membres antérieurs, je fais la série d'opérations suivantes : je mets à nu la moelle épinière dans la région cervico-dorsale. Le *tic* persiste, bien qu'affaibli par suite de la perte de sang. Je sectionne alors toutes les racines nerveuses postérieures, sensibles, qui proviennent de la patte : le *tic* continue, ce qui élimine l'hypothèse B.

Je coupe alors, en travers, la moelle épinière entre la 4e et la 5e vertèbre cervicale; les origines des nerfs phréniques étant ainsi ménagées, la respiration continue. Le *tic* n'est pas arrêté; je tranche alors la moelle épinière entre la 3e et la 4e vertèbre dorsale ; le *tic* persiste encore, avec ce tronçon isolé de la moelle : de là élimination de l'hypothèse C. M. Chauveau avait fait depuis longtemps une expérience analogue.

Nous restons donc en présence de la série d'hypothèses D, dont la partie fondamentale est reconnue exacte.

Je tranche alors la moelle épinière dans le sens de sa longueur, suivant le sillon antéro-latéral; le *tic* persiste; il faut encore éliminer D''.

Je puis encore enlever, sans grand encombre, le cordon blanc postérieur. Mais, jusqu'à présent, les chiens que je me suis procurés étaient, à ce point de l'expérience, trop affaiblis pour que les résultats des lésions de la substance grise aient pu présenter quelque chose de net.

La vivisection nous amène donc à localiser dans la substance grise de la moelle épinière la cause de la maladie convulsive.

Je passe aux résultats obtenus par l'action de certains poisons :

Le bromure de potassium, à très-haute dose (20 grammes), donnée en une fois, ou à faible dose (2 grammes), longtemps continuée, n'a pas agi sur le tic. J'en puis dire autant de la morphine qui soporifie le chien, sans que les mouvements convulsifs cessent.

L'éther les diminue très-notablement, mais sans pouvoir, même pendant l'insensibilisation la plus complète, les arrêter tout à fait.

Le chloroforme, au contraire, les arrête complétement, alors que l'œil de l'animal est encore parfaitement sensible.

Enfin, le chloral à dose moyenne (2 à 4 grammes), qui n'insensibilise pas le chien, arrête bien complétement le *tic*, qui ne reparaît qu'au bout d'une ou deux heures. Ce dernier fait est intéressant en ce qu'il se joint à bien d'autres, lesquels tendent à prouver que le chloral agit après s'être transformé en chloroforme.

L'action du chloroforme lui-même est plus importante à considérer. En effet, nous avons, Bernstein et moi, démontré, chacun de notre côté, que le chloroforme agit spécialement sur les cellules sensibles, réceptrices, de la moelle épinière. Or, cette substance faisant cesser le tic, il semble ainsi prouvé que ce tic a pour raison d'être une affection de ces cellules sensibles.

Ceci est corroboré par ce que donne l'emploi de la strychnine. A très-faibles doses, ce poison augmente l'intensité des mou-

vements choréiformes ; quand la perte de sang, la douleur, ont fait disparaître ceux-ci chez l'animal affaibli, on peut aisément les faire revenir par l'emploi de la strychnine. Or, on admet que la strychnine porte également son action sur les cellules sensibles de la moelle épinière.

Tout tend donc à démontrer que la maladie choréique du Chien a son origine dans une altération fonctionnelle des cellules sensibles de la moelle épinière (hypothèse *d'*). Si donc l'expérimentation par le scalpel peut permettre d'indiquer la région qui commande aux mouvements du *tic,* il sera par là démontré que cette région contient ces cellules sensibles. Si, d'autre part, comme cela est beaucoup plus facile à espérer, l'anatomie microscopique de la moelle montre des cellules malades, ces cellules pourront être considérées comme étant des cellules sensibles.

Les recherches sur la chorée peuvent donc éclairer un point important de la physiologie de la moelle épinière. Si l'on remarque, d'autre part, que les espèces de décharges rhythmées qui produisent les mouvements de la chorée du Chien ont plus d'un rapport avec les décharges normales qui commandent aux mouvements de la respiration, on peut espérer d'un autre ordre de recherches, bien des renseignements utiles sur la théorie de l'acte respiratoire.

Au point de vue purement pathologique, il est intéressant de voir qu'il y a des chorées (et celle du Chien en est le type) dont la cause réside exclusivement dans la moelle épinière ; tout tend à démontrer qu'il en est d'autres dont la cause est périphérique (névrômes, vers intestinaux, etc.), ou centrale, mais cérébrale. Il est probable, en d'autres termes, que le mot *chorée*, comme les mots paralysie, convulsions, toux, etc., exprime un ensemble de symptômes communs à plusieurs maladies et non une maladie unique.

Séance du 23 avril 1870.

PRÉSIDENCE DE M. TRANSON.

La correspondance manuscrite contient une lettre de M. PAINVIN, remerciant la Société de l'avoir nommé membre correspondant; une lettre de M. GROLOUS envoyant un travail que la Société renvoie à l'examen de la section de mathématiques.

M. DARBOUX fait une communication « *sur les polygones inscrits et circonscrits à l'ellipsoïde.* » (Voy. p. 92).

M. LAGUERRE fait une communication : *Sur l'emploi des imaginaires dans la géométrie de l'espace.* (Voy. p. 95).

Sur la proposition de M. TRANSON, on décide qu'il y aura une séance supplémentaire le 7 mai.

M. D'OMALIUS D'HALLOY présente quelques réflexions *sur l'état physique de l'intérieur du globe terrestre.*

MM. Transon, Laussedat, de Saint-Venant et Janssen prennent part à la discussion qui s'élève à ce sujet.

M. GUILLEMIN fait une communication *sur la transmission multiple au moyen d'une même pile sur les lignes télégraphiques.*

M. RIBAUCOUR fait une communication *sur la théorie des surfaces.* (Voy. p. 111).

M. MALAISE fait une communication *sur les terrains siluriens de la Belgique.*

Cette communication donne lieu à différentes observations de MM. Delanoue, d'Omalius d'Halloy.

La séance est levée à 10 heures $\frac{1}{2}$.

L'un des vice-secrétaires : LAGUERRE.

Sur les polygones inscrits et circonscrits à l'ellipsoïde, par M. G. Darboux.

Il n'est pas de géomètre qui ne connaisse le beau théorème de Poncelet:

Etant données deux coniques, il est impossible, en géné-

ral, d'inscrire dans l'une d'elles un polygone d'un nombre de côtés donné circonscrit à l'autre, et quand il existe un polygone satisfaisant à ces conditions, il y en a une infinité jouissant de la même propriété.

Ce théorème, énoncé et démontré dans le *Traité des propriétés projectives*, était de nature à exciter au plus haut degré l'attention des géomètres; Jacobi vint augmenter encore l'intérêt qu'il présentait et en donna une démonstration nouvelle fondée sur la théorie des fonctions elliptiques.

On sait que deux coniques peuvent être transformées homographiquement soit en deux cercles, soit en deux coniques homofocales. Il suffisait donc, pour démontrer le théorème général de Poncelet, de considérer l'un ou l'autre de ces cas particuliers. Jacobi avait étudié le système de deux cercles. M. Chasles, sans connaître les travaux de Jacobi, examina le système, non moins important, formé de deux coniques homofocales. Parmi les théorèmes obtenus par M. Chasles, on remarque les deux suivants :

Si l'on cherche le polygone de périmètre maximum inscrit dans une ellipse, on trouve que ce polygone n'est pas déterminé unique. Il y a une infinité de polygones, tous isopérimètres et tels que leur périmètre commun soit plus grand que celui de tout autre polygone inscrit. Les côtés de ces polygones sont tous tangents à une deuxième ellipse homofocale à la première.

De même, parmi les polygones circonscrits d'un même nombre de côtés, il y en a une infinité, ayant même périmètre, et tels que leur périmètre commun soit un minimum. Ces polygones sont tous inscrits dans une deuxième ellipse, homofocale à la première.

Ces théorèmes présentaient, sous une forme nouvelle, ce qu'il y a de singulier et de paradoxal dans les théorèmes de Poncelet. Etant donnée une courbe, en général, le polygone maximum inscrit, ou maximum circonscrit est unique. Cela n'a pas lieu pour l'ellipse.

Je me suis proposé d'étendre les théorèmes qui précèdent aux surfaces du second degré et j'ai traité pour l'ellipsoïde les questions de maximum déjà résolues par M. Chasles dans le cas de l'ellipse. L'étude de cette question m'a con-

duit à des théorèmes relatifs aux surfaces du second degré, et présentant avec les théorèmes de Poncelet les plus grandes analogies au point de vue géométrique et analytique.

Théorème I. Si l'on cherche le polygone de périmètre maximum inscrit dans un ellipsoïde A, ce polygone ne peut être en général un polygone plan, inscrit dans une section principale de l'ellipsoïde.

Ce polygone n'est pas déterminé, il y a une infinité de polygones isopérimètres pouvant avoir un de leurs sommets en un point quelconque de l'ellipsoïde et qui ont leur périmètre plus grand que celui de tout autre périmètre inscrit.

Un rayon lumineux qui se réfléchirait à l'intérieur de l'ellipsoïde décrira ces polygones s'il est d'abord dirigé suivant le premier côté.

Tous les polygones sont *circonscrits*(1) à deux surfaces A_1 ,A_2 homofocales à la première.

Théorème II. Etant données deux surfaces B, B_1 et d'autres surfaces A_1 ,A_2, A?, on ne peut pas, en général, circonscrire aux deux surfaces B, B_1 simultanément un polygone de *m* côtés dont les sommets soient les surfaces A_1 ,A_2,... ,A_m.

S'il y a un polygone jouissant de cette propriété, il y en aura une infinité d'autres.

On reconnait facilement l'analogie de ce théorème avec les théorèmes relatifs à l'ellipse. Si on effectue une transformation homographique, on obtient la généralisation annoncée du théorème de Poncelet.

Théorème III. Si l'on cherche le polygone de périmètre minimum circonscrit à un ellipsoïde, on trouve que ce polygone n'est pas circonscrit à une section principale.

Il n'est pas déterminé, comme dans les théorèmes précédents, il y a une infinité de polygones isopérimètres satisfaisant à la condition énoncée.

Tous ces polygones sont inscrits à une deuxième surface et circonscrits à une troisième surface, homofocale à la première.

---

(1) Nous disons qu'un polygone est circonscrit à une surface quand ses côtés sont tangents à la surface. Ici, les côtés du polygone sont donc tangents à la fois à B et à B_1.

L'analogie des théorèmes précédents avec ceux de M. Chasles se poursuit encore quand on étudie analytiquement les questions de maximum posées dans les deux cas.

Dans le plan, on peut faire intervenir les fonctions elliptiques dans l'étude et la détermination des polygones.

Dans l'espace, ce sont les fonctions abéliennes à quatre périodes qui interviennent dans la solution du problème proposé.

Ce fait me paraît important, il offre un champ nouveau et cherché depuis longtemps pour l'étude géométrique des fonctions abéliennes. Au reste, c'est dans les beaux travaux de M. Liouville que j'ai trouvé les principes essentiels qui m'ont permis de donner la solution au problème que je m'étais proposé.

On connaissait déjà de beaux théorèmes dus à M. Laguerre, qui peuvent aussi être considérés comme une extension des théorèmes de Poncelet. Cette différence dans les résultats que nous avons obtenus ne surprendra personne. On sait que les théorèmes des plans sont susceptibles de plusieurs modes de généralisation quand on cherche leurs analogues dans l'espace. J'espère même pouvoir présenter prochainement des généralisations nouvelles et essentiellement différentes des précédentes des beaux théorèmes de Poncelet.

Sur l'emploi des imaginaires dans la géométrie de l'espace, par M. Laguerre.

1. — On sait, depuis les travaux de Poncelet, que tous les cercles tracés dans un même plan passent par deux points fixes imaginaires situés sur la droite de l'infini. Je désignerai par I et J ces deux points remarquables que, dans une note publiée dans les *Comptes-rendus* (janvier 1865), j'ai proposé de nommer *ombilics du plan*. J'appelle *droite isotrope* toute droite du plan considéré qui passe par l'un des points I et J;

l'ensemble de ces droites forme deux systèmes bien distincts, l'un composé de droites parallèles entre elles et passant par le point I, l'autre de droites également parallèles et passant par le point J.

Par tout point d'un plan passent deux droites isotropes de systèmes différents, dont l'ensemble forme un cercle de rayon nul. Dans un plan réel, toute droite isotrope renferme un point réel et n'en renferme évidemment qu'un; c'est le point où elle coupe la droite isotrope qui lui est imaginairement conjuguée (*a*).

Si, par un point fixe, réel ou imaginaire, on mène divers plans, chacun de ces plans contient deux droites isotropes passant par le point fixe. Les droites ainsi obtenues sont situées sur un même cône du second degré, que l'on peut aussi considérer comme une sphère de rayon nul ayant pour centre le point fixe et qui jouit de toutes les propriétés de la sphère. Ainsi, par exemple, toute section plane de ce cône est un cercle, et le centre du cercle est le pied de la perpendiculaire abaissée du sommet du cône sur le plan.

Je désignerai sous le nom de *cône isotrope* le cône ainsi formé par toutes les droites isotropes qui passent par un même point. Tous les cônes isotropes coupent le plan de l'infini suivant une même conique, commune à toutes les sphères tracées dans l'espace et que l'on peut appeler l'*ombilicale.*

Par une droite, on peut généralement mener deux plans tangents à l'ombilicale; j'appellerai ces plans *plans isotropes.* Le couple de plans isotropes, passant par une droite donnée, est coupé par un plan perpendiculaire à cette droite suivant deux droites isotropes. Par une droite isotrope, on ne peut

---

(*a*) Je dis que deux points sont imaginairement conjugués, lorsque leurs coordonnées, prises par rapport à un système d'axes réels quelconque, sont des quantités imaginaires conjuguées. Un point réel est à lui-même son conjugué.

Deux courbes sont imaginairement conjuguées, lorsque les équations de chacune d'elles se déduisent des équations de l'autre en changeant le signe du symbole imaginaire i.

Une courbe réelle est à elle-même sa propre conjuguée.

faire passer qu'un seul plan isotrope puisque cette droite coupe le plan de l'infini en un point de l'ombilicale.

2. — Ces définitions établies, concevons un point imaginaire de l'espace, a et le point a' qui lui est imaginairement conjugué. Par chacun de ces points passe un cône isotrope; les deux cônes ainsi obtenus se coupent suivant un cercle réel A, dont le plan est perpendiculaire à la droite réelle qui joint les deux points imaginairement conjugués a et a'; le centre de ce cercle est le point réel O, qui est le milieu du segment aa' et la distance Oa étant représentée par Ri, son rayon a pour valeur la grandeur réelle R.

Il est clair que les deux points imaginaires a et a' déterminent complétement le cercle A; réciproquement, étant donné le cercle réel A, par ce cercle on ne peut faire passer que deux cônes isotropes dont les sommets sont les points a et a'. La position de ce cercle dans l'espace détermine donc complétement ces deux points.

Je dirai que le cercle réel A, ainsi déterminé, est le *cercle représentatif* du couple de points imaginaires a et a', couple que je désignerai par la notation (A); réciproquement, le cercle A, déterminé comme précédemment par les deux points a et a', sera désigné par la notation (a, a').

Le cercle A ou (a, a') représente ainsi l'ensemble des deux points imaginaires conjugués a et a'; dans certaines questions, il est nécessaire de pouvoir distinguer ces deux points l'un de l'autre. A cet effet, l'on peut imaginer que le cercle A soit décrit dans un certain sens par un point mobile; le sens dans lequel il sera supposé décrit déterminera celui des deux points a et a' dont il sera la représentation. Afin de fixer les idées, supposons que dans un système de coordonnées quelconque, mais d'ailleurs réel, les coordonnées d'un point m soient respectivement

$$x = a + \alpha i,\ y = b + \beta i,\ z = c + \gamma i;$$

le sens dans lequel on supposera décrit le cercle représentatit du point m sera tel qu'un spectateur, ayant l'œil placé à l'origine des coordonnées, voie le point mobile, décrivant le cercle, se mouvoir dans le sens du mouvement des aiguilles

d'une montre ou en sens inverse, suivant que la quantité $(a\alpha + b\beta + c\gamma)$ est positive ou négative.

Il est évident d'ailleurs que si cette quantité a un signe donné pour le point a, elle aura le signe contraire pour le point imaginairement conjugué m' dont les coordonnées sont $x = a - \alpha i$, $y = b - \beta i$, $z = c - \gamma i$.

3. — Dans la plupart des recherches de géométrie, l'on a à considérer, par couples, des points réels ou qui ne sont pas imaginairement conjugués. J'étendrai à ce cas les notions établies précédemment. Ainsi a et b désignant deux points quelconques de l'espace, je désignerai par (a, b) le cercle qui résulte de l'intersection des cônes isotropes ayant pour sommets ces deux points; ce cercle sera généralement imaginaire et ne deviendra réel que dans le cas, examiné précédemment, où les points considérés sont imaginairement conjugués. De même, C désignant un cercle quelconque de l'espace, je dénoterai par le symbole (C) les deux points qui sont les sommets des cônes isotropes passant par ce cercle.

4.— Considérons dans l'espace une courbe géométrique quelconque, réelle ou du moins (pour le moment, je me restreindrai à ce cas de beaucoup le plus intéressant) définie par des équations réelles ; c'est-à-dire telle que, lorsqu'elle passe par un point imaginaire, elle passe également par le point imaginairement conjugué.

Etant donné un cercle réel de l'espace, ce cercle représente un couple de points imaginairement conjugués; et, pour que ces points appartiennent à la courbe donnée, il est nécessaire que le cercle satisfasse à certaines conditions déterminées par la nature de la courbe et dont l'étude forme, pour ainsi dire, un prolongement géométrique de la théorie de cette courbe elle-même. Pour éclaircir ces considérations générales et montrer les diverses questions auxquelles elles se rattachent, j'en ferai tout d'abord, et avec quelques détails, l'application aux courbes gauches qui résultent de l'intersection d'une sphère et d'une surface du second ordre, en m'appuyant sur les propriétés connues des surfaces *anallagmatiques*.

5.— M. Moutard a appelé surfaces anallagmatiques du 4me ordre des surfaces qui peuvent être regardées comme l'enveloppe de sphères mobiles qui coupent orthogonalement

une sphère fixe, tandis que leurs centres décrivent une surface du second degré ; dans tout ce qui suit, je les désignerai simplement sous le nom de surfaces anallagmatiques ; leur degré, qui est, en général, le 4me, peut d'ailleurs s'abaisser au 3me, lorsque la surface lieu des centres des sphères mobiles est un paraboloïde, et même au second, puisque les surfaces du second degré sont comprises dans la famille des surfaces anallagmatiques.

La définition donnée ci-dessus peut être légèrement modifiée de la façon suivante. Etant donnés une sphère fixe S et un plan quelconque P coupant cette sphère suivant un cercle C, on peut, par ce cercle, faire passer deux cônes isotropes. Soit p et p' les sommets de ces cônes ; ces deux points, qui, d'après ce que j'ai dit ci-dessus, pourraient être représentés par la notation (C), sont réciproques par rapport à la sphère S; pour abréger le discours, je dirai que ces deux points sont associés au plan P et réciproquement que le plan P est le plan associé aux points p et p' (1).

Cela posé, on peut définir une surface anallagmatique donnée R, comme le lieu des points associés, par rapport à une sphère fixe S, des différents plans que l'on peut mener tangentiellement à une surface du second degré A. L'intersection des surfaces S et A est une biquadratique F qui est l'une des cinq focales de la surface; les quatre autres focales correspondant aux quatre autres modes de génération dont la surface est susceptible (2). En chaque point m de la surface anallagmatique, la normale passe par le point où le plan associé au point m touche la surface A.

Soit G une génératrice rectiligne de cette dernière surface, et soit a, a' les points où cette génératrice s'appuie sur la focale F. L'on voit facilement que, tandis que le plan mobile qui sert à décrire la surface se déplace le long de la droite G en tournant autour de cette droite, les points associés au plan tangent dans ses diverses positions décrivent un cercle; et ce

---

(1) Voir *Bulletin de la Soc. Philomathique* (mars 1868) ma note sur les sections circulaires des surfaces anallagmatiques.

(2) Voir *Bulletin de la Soc. Ph.* (janvier 1868) ma note sur quelques propriétés des surfaces anallagmatiques.

cercle est précisément l'intersection des deux cônes isotropes ayant pour sommets les points a et a', cercle que nous pouvons désigner par la notation (a,a'). A chaque génératrice rectiligne de A correspond donc une génératrice circulaire de R; et, comme chacun des plans tangents à la surface A passe par une génératrice rectiligne de même système que G l'on voit que la surface anallagmatique peut être considérée comme engendrée par les différents cercles correspondant aux génératrices du même système que G. Aux génératrices rectilignes de A, du système différent de celui de G correspond un autre système de sections circulaires de R; les deux systèmes ainsi obtenus forment un groupe de cercles que, pour plus de clarté, je dirai appartenir au mode de génération défini par la focale F, ou simplement à la focale F. A chacun des quatre autres modes de génération de la surface correspond un autre groupe de cercles situés sur la surface et appartenant à la focale définissant le mode de génération considéré. L'on peut donc définir, de la façon suivante, les surfaces anallagmatiques au moyen de leurs sections circulaires.

Étant donnée une biquadratique sphérique F, si l'on fait passer par cette courbe une surface du second degré quelconque et si, pour chaque génératrice rectiligne d'un système donné de cette surface, on construit le cercle qui résulte de l'intersection des cônes isotropes, ayant pour sommets les points où cette génératrice s'appuie sur la courbe, le lieu des cercles ainsi obtenus est une surface anallagmatique ayant F pour focale; et le système formé par ces cercles appartient à cette focale.

6. — Dans ce qui précède, je n'ai fait aucune hypothèse sur la nature de la surface A, non plus que sur sa position relative par rapport à la sphère S. Les génératrices rectilignes de A peuvent être imaginaires, ou bien, étant réelles, elles peuvent traverser la sphère et la couper en deux points réels. Dans ces deux cas les sections circulaires correspondantes de l'anallagmatique sont imaginaires. Pour qu'un cercle C, correspondant à une génératrice rectiligne, soit réel, il faut et il suffit évidemment que cette génératrice soit réelle et extérieure à la sphère; elle coupe alors cette sphère en deux points imaginairement conjugués de la focale F, et le cercle.

C'est ce que j'ai appelé le *cercle représentatif* de ces deux points.

On peut donc énoncer la proposition suivante :

Lorsqu'un système de sections circulaires d'une surface anallagmatique, appartenant à une focale F de cette surface, est réel, les points imaginaires représentés par ces cercles sont situés sur la courbe F.

Si l'on imagine toutes les surfaces anallagmatiques, qui ont pour focale une biquadratique sphérique donnée F et toutes les sections circulaires réelles de ces surfaces qui appartiennent à F, on obtiendra ainsi les cercles représentatifs de tous les points imaginaires de la courbe F. En effet, si un cercle C représente un point imaginaire de F, la droite réelle qui joint les points imaginaires (C), détermine avec la courbe F un hyperboloïde à une nappe, et cet hyperboloïde détermine une surface anallagmatique ayant F pour focale et passant par le cercle C. D'où la conclusion suivante :

« Pour qu'un cercle réel représente un couple de points » imaginaires situés sur une biquadratique sphérique donnée » F, il faut et il suffit que ce cercle soit situé sur une sur- » face anallagmatique ayant F pour focale et qu'il appar- » tienne au mode de description caractérisé par cette » focale. »

7. — La façon, dont j'ai défini au § 5 les surfaces anallagmatiques, au moyen de leurs sections circulaires, s'étend d'elle-même au cas où ces surfaces ont un plan de symétrie; dans ce cas, l'une des sphères principales se réduit à un plan, ainsi que la surface du second degré correspondante, et les définitions que j'ai données précédemment, la définition comme enveloppes de sphères et la définition par points, deviennent illusoires. Mais, avant d'aborder ce sujet, il es nécessaire d'exposer quelques considérations très-simples sur la transformation des figures par rayons vecteurs réciproques.

Etant donnés un point quelconque a, réel ou imaginaire, et le cône isotrope ayant ce point pour sommet, il est clair que, par une transformation quelconque par rayons vecteurs réciproques, ce cône isotrope se transforme en un autre cône isotrope ayant pour sommet le point qui correspond

au point a. Si donc l'on a deux points quelconques a et b, au cercle (a, b) correspondra, après la transformation, le cercle (α, β), α et β désignant les points qui correspondent aux points a et b.

Imaginons une surface anallagmatique comme le lieu des différents cercles (a, a'), (b, b'), (c, c')... déterminés par les points où les génératrices d'une surface du second ordre aa', bb', cc',... s'appuient sur un biquadratique sphérique F et effectuons sur cette figure une transformation par rayons vecteurs réciproques. La courbe F se transformera en une autre biquadratique sphérique Φ; sur cette courbe Φ, aux points a, a', b, b', etc. correspondront des points (α, α') (β, β') etc., et la surface transformée de la surface donnée sera le lieu des cercles (a, a'), (B, B') etc. D'où l'on peut, en passant, tirer cette conséquence, que les droites $\alpha\,\alpha'$, $\beta\beta'$ $\gamma\gamma'$... sont, comme les droites $a\,a'$, $b\,b'$ $c\,c'$, les génératrices d'une même surface du second ordre.

Considérons maintenant une biquadratique sphérique F et une surface du second degré quelconque A, passant par cette courbe. Toutes les génératrices d'un même système de A, telles que $a\,a'$, peuvent être obtenues en choisissant arbitrairement une génératrice $s\,s'$ de l'autre système et en menant des plans par cette dernière génératrice. Ces divers plans couperont la sphère suivant des cercles passant par les deux points fixes s et s' et chacun de ces cercles coupera la courbe F en deux points variables a et a' situés sur une même génératrice de A ; le lieu des cercles (a, a') est l'anallagmatique définie par la surface A et la focale F; on peut donc énoncer la proposition suivante:

Si, par deux points fixes s et s', d'une biquadratique sphérique F, on mène un cercle variable rencontrant la courbe F aux deux points a et a', le lieu des cercles (a, a') est une surface anallagmatique ayant F pour focale.

Transformons maintenant la figure précédente en prenant le pôle de transformation sur la sphère qui contient la courbe F; la surface anallagmatique donnée se transforme en une surface anallagmatique ayant pour plan de symétrie le plan qui correspond à la sphère. La focale F se transforme en une anallagmatique plane Φ sur laquelle se trouvent les

deux points σ et σ' correspondant aux points s et s'; et l'on obtient la proposition suivante:

Si par deux points fixes σ et σ' d'une anallagmatique plane Φ, ou même un cercle variable coupant la courbe Φ aux points α et α', le lieu des cercles (α, α') est une surface anallagmatique ayant pour plan de symétrie le plan de la focale Φ.

Le second système de sections circulaires appartenant à la focale Φ s'obtiendrait facilement; en effet, étant mené par σ et par σ', un cercle quelconque coupant la focale en deux points α et α'; si, par ces deux derniers points, on mène un cercle variable rencontrant Φ aux points ρ et ρ', les différents cercles tels que (ρ, ρ') constitueront ce second système de sections circulaires.

Les plans des différents cercles tels que (α, α') ont pour trace, sur le plan de la focale Φ, les perpendiculaires élevées sur les segments $\alpha\alpha'$ en leur point milieu. Toutes ces perpendiculaires, il est facile de le voir, enveloppent une conique ayant pour foyers les foyers singuliers de l'anallagmatique Φ (1). D'où l'on peut conclure que quand une série de surfaces anallagmatiques a pour focale commune une anallagmatique plane, les traces des cylindres enveloppés par les plans des cercles de ces surfaces appartenant à cette focale, sur le plan de symétrie, sont des coniques homofocales ayant pour foyers communs les foyers singuliers de la focale.

8. — La proposition précédente n'est, du reste, qu'un cas particulier d'un théorème relatif aux anallagmatiques en général et que l'on peut établir très-simplement.

Considérons une surface anallagmatique quelconque R, ayant pour focale une biquadratique sphérique F. Les plans des divers cercles de la surface, appartenant à cette focale, enveloppent un cône ayant pour sommet le centre de la sphère S, sur laquelle est située la focale; et ces plans sont perpendiculaires aux diverses génératrices de la surface du second degré A passant par la focale qui détermine la sur-

---

(1) Voir dans les Comptes-rendus (Janv. 1863) ma note intitulée : *Théorèmes généraux sur les courbes, etc.*

face R. Pour trouver les droites focales de ce cône, je rappellerai que ces droites sont les intersections des divers plans isotropes qu'on peut lui mener tangentiellement. Or, les perpendiculaires à un plan isotrope, touchant l'*ombilicale* en un point donné ω, sont les diverses droites isotropes passant par ce point; aux plans isotropes tangents au cône correspondent donc des génératrices isotropes de A, et réciproquement. Une génératrice isotrope de A doit percer le plan de l'infini en un point de l'ombilicale, et aussi en un point de la trace de la surface A sur le même plan. Soit Ω l'ombilicale et a, b, c, d les quatre points où cette courbe rencontre la focale F; la surface A, passant par cette focale, sa courbe d'intersection avec le plan de l'infini est une conique passant par les points a, b, c, et d, et il est clair que les génératrices isotropes de A sont les huit génératrices passant par ces quatre points. Les traces, sur le plan de l'infini, des quatre plans qui leur sont perpendiculaires et qui passent par le centre de la sphère, sont les quatre droites menées tangentiellement à l'ombilicale par les quatre points a, b, c et d; les focales du cône sont donc les six droites conjuguées deux à deux qui joignent le centre de la sphère aux divers points d'intersection p, q, r, s, t, u des quatre tangentes. On voit que ces focales sont complétement déterminées par la focale F et ne dépendent en aucune façon de la surface particulière A. On peut donc énoncer cette proposition :

Si l'on considère une série de surfaces anallagmatiques homofocales, et si, pour chacune de ces surfaces, l'on construit le cône enveloppé des cercles appartenant à l'une de ses focales, tous les cônes ainsi obtenus sont homofocaux.

J'ajouterai que les focales de ces cônes sont les focales singulières des cônes ayant pour base la focale de la surface anallagmatique considérée, et, pour sommet, le centre de la sphère sur laquelle cette courbe est située. Mais, pour abréger, je laisse de côté la démonstration de ce point de détail (1).

---

(1) Voir, dans le *Bulletin de la Société philomathique*, ma communication du 23 mars 1867 : *Sur les courbes résultant de l'intersection d'une sphère et d'une surface du second degré*, § 4.

9. — Je reviens maintenant au mode de description des surfaces anallagmatiques à plan de symétrie, donné au § 7, pour montrer comment il s'applique aux surfaces du second ordre. Ces dernières s'obtiennent lorsque la focale, qui, en général, est une courbe anallagmatique plane, se réduit à une conique. Soit donc une conique quelconque C réelle (ou du moins ayant une équation réelle) et a, a', deux points fixes pris sur cette conique. Par ces deux points, menons un cercle quelconque coupant la conique en α et en α'; d'après ce qui a été dit ci-dessus, le lieu des cercles tels que (α, α') est une surface du second ordre ayant pour focale C. D'après un théorème élémentaire bien connu, toutes les droites telles que $\alpha\ \alpha'$ ont une direction fixe. On peut donc énoncer la proposition suivante qu'il serait très-simple, d'ailleurs, d'établir directement :

« Si l'on mène, dans le plan d'une conique, une série de droites parallèles à une direction fixe D, en désignant par a et a' les deux points d'intersection de la conique avec une quelconque de ces droites, le lieu des cercles, tels que (a, a') est une surface du second ordre ayant pour focale la conique donnée. »

Supposons que C soit une ellipse; imaginons toutes les droites réelles parallèles à une droite fixe D et extérieures à l'ellipse; chacune de ces droites rencontre l'ellipse en deux points imaginairement conjugués, représentés par un cercle réel; tous les cercles réels ainsi obtenus, quand la droite se déplace, constituent l'un des systèmes de sections circulaires d'un hyperboloïde à deux nappes ayant pour focale l'ellipse donnée. Si le système des droites considéré était parallèle à une droite D' faisant avec le grand axe de l'ellipse un angle supplémentaire de l'angle que fait D avec ce même axe, les cercles représentatifs des points d'intersection de l'ellipse avec ces diverses droites constitueraient le second système de sections circulaires de l'hyperboloïde mentionné ci-dessus.

Si nous imaginons l'infinité d'hyperboloïdes à deux nappes, qui ont pour focale l'ellipse C, leurs diverses sections circulaires représenteront tous les points imaginaires situés sur cette ellipse. D'où l'on peut conclure le théorème suivant:

« Pour qu'un cercle réel, donné dans l'espace, représente

une couple de points imaginairement conjugués, situés sur une ellipse donnée, il faut et il suffit que ce cercle soit une section circulaire d'un hyperboloïde à deux nappes ayant cette ellipse pour focale. »

De même :

« Pour qu'un cercle réel, donné dans l'espace, représente une couple de points imaginairement conjugués, situés sur une hyperbole donnée, il faut et il suffit que ce cercle soit une section circulaire d'un ellipsoïde ayant cette hyperbole pour focale. »

10. — Il existe, relativement au système de deux cercles situés sur une même sphère une propriété très-simple, qui a de fréquentes applications dans la géométrie de la sphère et dans la théorie des surfaces anallagmatiques. Je vais l'exposer brièvement, en en supprimant la démonstration d'ailleurs très-facile à suppléer.

Soient deux cercles C et D situés sur une même sphère, et par conséquent se coupant en deux points. Le cercle C représente deux points de l'espace c et c', qui sont réciproques par rapport à la sphère et que l'on pourrait désigner par la notation (C) ; le cercle D représente de même deux points réciproques d et d'. Les quatre points c, c', d et d' sont d'ailleurs dans un même plan passant par le centre de la sphère. Cela posé, par les deux cercles donnés, on peut faire passer deux cônes, et les sommets de ces cônes sont les deux points de rencontre respectifs des droites cd et $c'd'$ et des droites cd' et $c'd$.

Supposons les cercles C et D réels ; supposons-les, en outre, décrits dans un sens déterminé, en sorte que chacun d'eux représente un point imaginaire et un seul; le point c, par exemple, étant représenté par le cercle C et le point d par le cercle D. La droite imaginaire cd est imaginairement conjuguée à la droite c' d' ; ces deux droites étant dans le même plan se coupent en un point réel, que l'on peut définir comme étant le point réel situé sur cd ; et, d'après ce que j'ai dit plus haut, ce point est le sommet d'un cône passant par C et D. Mais ici, l'on peut ajouter qu'un spectateur, dont l'œil serait placé au sommet du cône, verrait les cercles C et D décrits en sens inverse ; en sorte que si le mobile, qui est censé décrire l'un d'eux, lui paraît se

mouvoir dans le sens des aiguilles d'une montre, le mobile qui est supposé décrire l'autre lui paraîtra se mouvoir dans l'autre sens.

Cette dernière remarque est souvent utile pour fixer le sens que l'on doit effectuer à un cercle représentant un point imaginaire.

Considérons maintenant une surface anallagmatique R, définie par la surface du second degré A et la focale F située sur cette surface ; et les deux systèmes de génératrices circulaires de l'anallagmatique appartenant à cette focale. Soit C un cercle fixe de l'un de ces systèmes, représentant deux points c et c' de la focale ; soit D un cercle quelconque de l'autre système, représentant deux points d et d' de la focale. Les cercles C et D sont situés sur une même sphère, et l'on sait d'ailleurs que les droites cc' et dd' sont deux génératrices, de systèmes différents, de la surface A. D'après ce qui a été dit plus haut, les sommets des cônes qui passent par les cercles C et D sont les deux points r et s, où se coupent respectivement les droites cd' et $c'd$ d'une part, les droites cd et $c'd'$ d'autre part. Le lieu décrit par les sommets de ces cônes, lorsque le cercle C étant fixe, le cercle D se déplace sur la surface R, est donc l'intersection des deux cônes ayant pour base la focale F et pour sommets les points c et c'. Ces cônes sont du troisième degré ; leur intersection, qui est du neuvième degré, se compose d'abord de la génératrice cc', de la focale et du lieu cherché ; ce dernier est donc du quatrième ordre.

D'où l'on peut conclure la proposition suivante :

« Etant pris, sur une surface anallagmatique, un cercle quelconque appartenant à une focale F de cette surface ; par ce cercle et par un cercle quelconque D, du second système circulaire appartenant à cette focale, on peut faire passer deux cônes ; le lieu décrit par le sommet de ces cônes, lorsque, le cercle C étant fixe, le cercle D se déplace sur la surface, est une courbe du quatrième ordre faisant partie de l'intersection des deux cônes, ayant pour base commune la focale F et pour sommets les deux points de cette focale que représente le cercle C. »

11. — Dans ce qui précède, j'ai montré comment l'on peut déterminer les conditions géométriques auxquelles un cercle

doit satisfaire, pour représenter une couple de points situés sur une biquadratique sphérique donnée, en groupant deux à deux les divers points de cette courbe, de façon qu'à l'ensemble de tous les couples de points, correspondît l'ensemble des génératrices circulaires d'une surface anallagmatique. Chaque mode de groupement est défini par une surface du second ordre, de telle sorte que deux points quelconques de la courbe, qui se correspondent, se trouvent sur une même génératrice de la surface.

Soit, en général, une courbe gauche géométrique quelconque G; imaginons une surface réglée V, telle que chacune de ses génératrices s'appuie en deux points sur cette courbe. Soient aa', bb', cc'... les génératrices consécutives de cette surface; les cercles (a,a'), (b,b'), (c,c'),... engendreront une autre surface, que je dirai dérivée de la courbe G. D'une même courbe donnée, l'on peut ainsi déduire une infinité de surfaces à génératrices circulaires, et chacune de ces surfaces dérivées correspond à un certain mode de groupement des points de la courbe, défini par la surface réglée V.

Lorsque la courbe G est plane, les droites, telles que aa', bb', etc., qui joignent les points conjugués de cette courbe, ne forment plus une surface gauche, mais enveloppent une courbe plane, qui peut aussi servir à définir le groupement des points. Dans ce cas, et lorsque la courbe G est d'un degré supérieur à deux, chacune des tangentes à l'enveloppe plane, rencontrant G en plus de deux points, il est nécessaire de fixer ceux des points de rencontre que l'on doit grouper ensemble. Pour éviter cette difficulté, il est alors généralement préférable de définir chaque couple de points par d'autres considérations ne donnant lieu à aucune ambiguïté, comme je l'ai fait au § 7, en traitant des surfaces anallagmatiques à plan de symétrie.

On peut toujours, d'ailleurs, sauf dans le cas très-particulier où la courbe plane G est un cercle, effectuer une transformation par rayons vecteurs réciproques, de façon que cette courbe devienne une courbe gauche sphérique.

12. — D'une courbe gauche donnée, on peut, comme je l'ai montré, déduire une infinité de surfaces à génératrices circulaires, dérivées de cette courbe.

Réciproquement, étant donnée une surface quelconque à génératrices circulaires, on peut toujours la considérer comme une surface dérivée d'une certaine courbe gauche G. En désignant par C, C', C'' etc., les diverses génératrices circulaires de la surface, cette courbe est le lieu des points (C), (C'), (C''), etc. ; et la surface réglée V, qui détermine le mode de groupement des points de la courbe, est le lieu des axes des différents cercles.

13. — Parmi l'infinité de surfaces dérivées d'une courbe gauche G, se trouve en particulier la *développable isotrope*, circonscrite à cette courbe ; j'entends par là, la surface développable circonscrite à la fois à l'ombilicale et à la courbe donnée. Tous les plans qui lui sont tangents sont, par conséquent, des plans isotropes, et ses génératrices, comme nous allons le voir, sont des droites isotropes.

Soit m un point quelconque de G; pour construire les génératrices de la surface développable isotrope qui passent en ce point, menons la tangente à la courbe en m, et soit t le point où cette tangente perce le plan de l'infini. Menons par t les deux tangentes à l'ombilicale Ω et soient a et b leurs points de contact. Les plans tma et tmb sont deux plans isotropes tangents à la courbe G et les génératrices correspondantes de la développable sont les droites isotropes ma et mb. Remarquons maintenant que la droite ab étant la polaire du point t par rapport à l'ombilicale, le plan mba est perpendiculaire à la tangente mt; les génératrices de la développable, qui passent au point m, sont donc les deux droites isotropes passant par ce point dans le plan normal à la courbe.

J'imagine maintenant une droite passant par le point m et par le point m', pris sur la courbe G, à une distance infiniment petite de m. Les cônes isotropes ayant ces deux points pour sommets se coupent suivant un cercle, dont le plan, perpendiculaire à mm', passe par le milieu de ce segment, et dont le rayon, égal à mm', $\frac{1}{2}$ est par conséquent infiniment petit. Le point m' venant à se confondre avec le point m, le plan du cercle d'intersection devient normal à la courbe au point m, le rayon de ce cercle devient nul et ce cercle se réduit à deux droites isotropes. Donc, quand une droite est tangente à une courbe gauche, le cercle, corres-

pondant aux deux points de la courbe, qui sont réunis au point de contact, se compose des deux droites isotropes qui passent par ce point dans le plan normal à la courbe.

D'où cette conclusion : la développable isotrope, circonscrite à une courbe gauche, est la surface dérivée de cette courbe, lorsque la surface réglée, qui fixe le groupement de ses points, est la développable formée par les tangentes à la courbe.

Appliquons ces résultats à la recherche de la focale d'une courbe sphérique quelconque H ; l'on sait, d'ailleurs, que cette focale est la ligne double de la développable isotrope circonscrite à H.

En désignant par S la sphère qui contient cette courbe, pour qu'un point donné m soit situé sur une surface Σ dérivée de H, il est nécessaire et suffisant que le plan, associé au point m par rapport à la sphère S (1), coupe la courbe H en deux points situés sur une génératrice de la surface réglée γ, qui détermine le groupement de points correspondant à la surface Σ. Si l'on considère en particulier la développable isotrope, qui correspond à la développable ayant H pour arête de rebroussement, pour qu'un point m soit situé sur cette développable isotrope, il faut et il suffit que le plan associé au point m soit tangent à la courbe H.

Sur la théorie des surfaces, par M. A. Ribaucour.

Dans une des dernières séances, M. Laguerre a entretenu la Société d'un fait remarquable d'abaissement qui se présente dans l'étude de courbes tracées sur les surfaces ; je le rappelle brièvement : soit une courbe (C) tracée sur une surface (A), prenons deux points de (C) infiniment voisins

(1). Sur l'expression « plan associé à un point », voir § 5.

C et C' et portons deux longueurs N et N + dN sur les normales à (A) menées par ces deux points; soient N et N' les extrémités de ces segments; si l'on projette NN' sur la corde AA', la projection nn' est en général du second ordre, mais si elle est supérieure au second ordre, elle est forcément du quatrième. Tel est le théorème de M. Laguerre.

Pour que ce cas se présente, il faut que la longueur N satisfasse à une équation différentielle, donnée aussi par M. Laguerre, qui montre qu'en général N est une fonction de point et de direction; sur les surfaces du second degré, N est simplement fonction de point, et cela permet d'intégrer l'équation des lignes géodésiques, des lignes de courbure de ces surfaces.

Il était donc intéressant de chercher s'il n'y avait point d'autres surfaces que celles du second degré pour lesquelles N fût une fonction de point. La formule de M. Laguerre, combinée avec celles de Codazzi, montre que:

Si N *est fonction de point, les asymptotiques de* (A) *sont des droites*, ou encore :

Si N *est fonction de point, le long d'une ligne de courbure, le rayon de courbure principal correspondant est proportionnel au cube de l'autre rayon de courbure principal.*

Ces deux propriétés caractérisent chacune les surfaces du second degré; il n'y a donc que pour ces surfaces que N soit fonction de point.

Les formules qui établissent ce résultat paraissent fort utiles dans l'étude des surfaces du second ordre; en particulier, elles donnent immédiatement la solution de cette question :

A quelles relations satisfont les éléments géométriques d'une courbe gauche, lorsque celle-ci est située sur une surface du second ordre ?

Mais, pour revenir au cas général, si (A) est une surface quelconque, N n'est fonction de point que suivant trois familles de courbes. Je donnerai simplement ici les résultats relatifs au cas où N est constant.

J'ai cherché à déterminer les courbes le long desquelles la fonction N ne varie point; il est facile de voir que les sections normales de (A) tangentes à ces courbes sont surosculées par des cercles; nous retombons donc sur des

courbes intéressantes étudiées par M. de la Gournerie (*Journal de Liouville* 1855); nous les désignerons sous le nom de lignes (N).

Sur une surface du second degré, les lignes (N) sont les asymptotiques et les *polhdies*, comme l'a fait voir M. de la Gournerie.

Si (A) est une cyclide, les lignes (N) se composent d'abord des deux systèmes de lignes de courbure, et d'une troisième famille que l'on peut déterminer complétement analytiquement, et qui, au point de vue géométrique, est définie par la propriété suivante :

Suivant une trajectoire orthogonale quelconque de ces courbes, la différence des inverses des rayons de courbure principaux est constante.

Si (A) *est une surface à courbure moyenne constante, les lignes* (N) *se coupent entre elles sous des angles de* 120° ; *cette propriété est caractéristique des surfaces considérées.*

J'ai cherché s'il était possible de trouver des surfaces autres que celles du second degré pour lesquelles les extrémités des segments N puissent être considérées comme situées dans un plan, le long des lignes d'une même famille; j'ai trouvé que *si l'on se donne la courbe plane correspondant à l'une des lignes* (N), *toutes les autres sont déterminées* ; *si cette courbe est une conique, les autres sont aussi des coniques, ayant même centre et même direction d'axes.*

Les lignes (N) jouissent d'une propriété fort remarquable qui leur font jouer dans le troisième ordre un rôle analogue à celui des lignes de courbure dans le second ordre; cette propriété s'exprime ainsi :

La normalie le long d'une ligne (N) *rencontre une surface parallèle à* (A) *suivant une de ces lignes* (N).

Il en résulte, si l'on veut, une propriété commune aux trajectoires orthogonales des génératrices de la normalie suivant une ligne (N), ou une propriété de la ligne de striction de cette surface gauche; en effet, on a

$$2 \operatorname{tg} \theta + \frac{d\theta}{d\omega} = 0$$

où θ désigne l'angle de la génératrice et de la ligne de

striction, $d\theta$ l'angle de deux génératrices et $d\omega$ l'angle de deux plans centraux consécutifs.

Séance supplémentaire du 7 mai 1870.

PRÉSIDENCE DE M. DELANOUE.

M. MANNHEIM présente la suite des études de M. GROUARD *sur les figures semblables*. (Voy. p. 115).

M. MALAISE, docteur ès-sciences et professeur à l'Institut agricole de Gembloux, correspondant de l'Académie royale de Belgique, écrit pour demander le titre de membre correspondant. Cette demande est appuyée par MM. Laurent, Delanoue et L. Vaillant.

M. LAGUERRE fait une communication *sur les polygones inscrits dans une surface du second ordre et circonscrits à une autre.*

M. MANNHEIM fait connaitre *quelques résultats obtenus au moyen de déplacements infiniment petits d'une surface de degré donné.*

M. BOURGET fait une communication *sur les mouvements vibratoires des membranes élastiques.*(Voy. p. 118).

M. VALLÈS demande à M. Bourget si c'est par suite de quelques considérations spéciales qu'il a été conduit à admettre que la résistance de l'air est proportionnelle à la vitesse; il fait remarquer que, dans quelques circonstances et notamment dans la balistique, il a fallu admettre jusqu'à la troisième puissance. M. Bourget répond que, s'il a admis la simple proportionnalité de la vitesse, c'est surtout au point de vue de la simplicité et de la possibilité du calcul, et il ne saurait se prononcer sur la véritable fonction de la vitesse qu'il faudrait mettre en œuvre.

M. RIBAUCOURT présente une note *sur la théorie des surfaces.* (Voy. p. 124).

M. ROZE fait hommage à la Société d'un mémoire intitulé : *Sur deux nouveaux types génériques pour les familles des Saprolégniées et des Péronosporées,* par MM. E. Roze et M. Cornu, qui a été publié dans les Annales des sciences naturelles et dans le recueil de la Bibliothèque des Hautes Études. Il résume brièvement les faits exposés dans ce mémoire, qui sont relatifs à l'histoire biologique de deux Champignons parasites nouveaux qu'ils ont nommés *Cystosiphon Pythioides* et *Basidiophora entospora*, et donne

quelques détails sur leur développement, leur multiplication par zoospores, leur pénétration dans la plante-mère et leur mode de fécondation.

La Société se forme en comité secret.

M. Vallès lit, au nom de M. de Saint-Venant, un rapport sur la présentation de M. Boussinesq comme membre correspondant.

Les principaux travaux de M. Boussinesq sont les suivants :

1° Action réciproque de deux molécules *(Comptes rendus Acad. Sciences*, t. LXV, 1867). — 2° Théorie des expériences de M. Poiseuille *(Ibid.)* — 3° Note sur un ellipsoïde qui joue un grand rôle dans la théorie de la chaleur *(Ibid.)* — 4° Equation des petits mouvements dans les milieux isotropes comprimés *(Ibid.)* — 5° Théorie nouvelle des ondes lumineuses *(Ibid.)* — 6° Sur les vibrations rectilignes et sur la diffraction dans les milieux isotropes, et aussi dans l'éther de l'intérieur des cristaux *(Ibid.)* — 7° Sur les spirales que décrit la chaleur en se répandant à partir d'un point intérieur dans un milieu dissymétrique *(Ibid.* t. LXVI, p. 1134). — 8° Démonstration théorique de la loi de M. Graham relative à la diffusion des gaz *(Ibid.*, t. LXVII, p. 319). — 9° Essai d'une théorie des ondes liquides périodiques *(Ibid.*, t. LXVIII). — 10° Théorie des expériences de Savart sur la forme que prend une veine liquide après s'être heurtée contre un plan circulaire *(Ibid.)* — 11° Construction générale des courants de chaleur en un point d'un milieu athermane quelconque *(Ibid.)* — 12° Théorie de l'écoulement d'un liquide par un orifice en mince paroi *(Ibid.*, t. LXIX) — 13° Intégration de l'équation différentielle qui peut donner une deuxième approximation dans le calcul rationnel de la poussée des terres.

Les 5e et 6e Mémoires mentionnés ont été insérés *in extenso* au Journal de M. Liouville, qui en a imprimé quatre autres intitulés :

1° Addition au Mémoire sur les ondes lumineuses. Puissance réfractive et pouvoir rotatoire. Rotations déterminées par le magnétisme, etc.

2° Mémoire sur les ondes dans les milieux isotropes déformés (T. XIII, 1868).

3° Étude sur l'influence des frottements dans les mouvements réguliers des fluides *(Id.)*.

4° Étude sur les surfaces isothermes et sur les courants de chaleur dans les milieux homogènes chauffés en un de leurs points (XIV, 1869).

Deux de ces Mémoires ont reçu l'approbation de l'Académie des

sciences qui en a ordonné l'impression aux savants étrangers, ce sont :

L'Étude sur l'influence des frottements des fluides (Rapport du 3 aout 1868) ;

Le Mémoire (avec additions) sur les ondes liquides périodiques.

La séance est levée à 11 heures.

Le Secrétaire,
Paul Bert.

Sur les figures semblables, par M. A. Grouard.

I

1. Dans plusieurs notes précédentes, j'ai fait connaître succinctement les résultats de mes recherches sur le mouvement d'une figure qui se déplace dans un plan, en restant semblable à elle-même. Les lecteurs de ces notes ont, sans aucun doute, remarqué de suite que la méthode des rayons de courbure à laquelle elles m'ont conduit est une extension de celle à laquelle M. Bresse est parvenu en étudiant les accélérations des courbes décrites par les points d'une figure qui se meut dans un plan, sans changer de forme ni de grandeur ; mais, en même temps, ils ont pu voir que si les résultats avaient quelque analogie, les moyens d'y parvenir étaient tout différents. La marche que j'ai suivie me paraît préferable comme plus appropriée au but à atteindre, et comme donnant des résultats plus complets; malgré cela, je crois qu'il n'est pas sans intérêt de faire une étude toute pareille à celle de M. Bresse. Aussi, après avoir fait connaître les propriétés relatives aux éléments géométriques les plus simples des trajectoires des points de la figure mobile, c'est-à-dire aux tangentes et aux rayons de courbure, je vais indiquer ici les propriétés des vitesses et des accélérations, c'est-à-dire des grandeurs les plus simples à considérer au point de vue mécanique. Quelques-uns des résultats de cette nouvelle

étude pourraient être déduits immédiatement des recherches antérieures, mais la plupart sont nouveaux et paraîtront peut-être intéressants et utiles.

II

2. Pour ce qui concerne les vitesses, j'aurai peu de choses à remarquer qui ne résultent presque immédiatement de ce que nous avons dit sur les tangentes. Elles sont en chaque point proportionnelles aux distances de ces points au centre instantané de similitude, et si l'on appelle ω la vitesse angulaire de la figure mobile autour de ce centre au temps t et α l'inclinaison des obliques concourantes au même moment, la vitesse V d'un point dont la distance est r a pour grandeur :

$$V = \frac{\omega\, r}{\sin \alpha}.$$

3. Pour arriver à l'évaluation des accélérations, il est utile d'introduire la notion de ce que l'on peut appeler une *translation centrale*, c'est-à-dire du mouvement d'une figure qui se déplace en restant homothétique à elle-même. Cette notion établie, on peut remarquer de suite que : toute translation centrale, ayant pour centre un point c, peut être remplacée par une autre translation centrale, ayant pour centre un point c', et par une translation proprement dite égale et parallèle à la distance cc'.

4. Cette remarque conduit très-simplement à la proposition suivante : l'accélération totale d'un point quelconque de la figure mobile au temps t se compose de l'accélération qu'aurait ce point, si le centre instantané restait en c à l'instant suivant, ω et α variant comme ils varient effectivement, et, de plus, d'une accélération parallèle au déplacement du centre instantané ayant pour grandeur $\frac{cc'}{dt} \frac{\omega}{\tang \alpha}$ et d'une autre accélération perpendiculaire à ce déplacement ayant pour grandeur $\frac{cc'}{dt}\, \omega$.

III

5. Cette proposition permet d'évaluer aisément l'accélération totale de chaque point aussi bien que les accélérations normale et tangentielle.

On arrive ainsi aux théorèmes suivants :

1° Le lieu des points dont l'accélération normale est nulle est un cercle. Si l'on prend les coordonnées que nous avons employées précédemment et que l'on représente par u la quantité $\frac{cc'}{dt}$ que l'on peut appeler la vitesse du centre instantané, on aura pour l'équation de ce cercle :

$$r = \frac{u}{\frac{d\alpha}{dt} - \omega} \sin \varepsilon.$$

On retrouve, sous une forme différente, l'équation du *cercle des inflexions* que nous avons eue à considérer en traitant des rayons de courbure ; cela devait être, puisque l'accélération normale est égale au carré de la vitesse divisée par le rayon de courbure.

2° Le lieu des points dont l'accélération tangentielle est nulle est un nouveau cercle dont le centre se trouve sur la tangente au lieu du centre instantané.

3° Les accélérations normale et tangentielle d'un point quelconque sont respectivement proportionnelles aux distances de ce point aux points *correspondants* des cercles des inflexions et des accélérations tangentielles (les points où ces deux cercles sont rencontrés par le rayon vecteur qui va du centre instantané au point considéré).

4° Il existe un point du plan dont l'accélération totale est nulle. Nous l'appellerons *centre des accélérations*.

5° L'accélération totale d'un point quelconque est proportionnelle à la distance de ce point au centre des accélérations.

6° La direction de cette accélération fait un angle constant avec la ligne qui va du centre au point considéré.

IV

6. On voit donc que les accélérations des divers points de la figure jouissent, quant à leurs directions et à leurs grandeurs, de propriétés analogues à celles des vitesses; mais je ferai remarquer, en terminant, que ces propriétés peuvent être étendues aux accélérations d'un ordre quelconque, et que l'on peut, à ce sujet, énoncer le théorème général suivant :

Lorsqu'une figure se meut en restant semblable à elle-même, à un instant quelconque, les accélérations d'un ordre quelconque sont telles, que les droites, allant d'un certain point du plan à tous les points de la figure, sont proportionnelles aux grandeurs de ces accélérations, et font un même angle avec leurs directions.

Sur le mouvement vibratoire des membranes élastiques, par M. J. Bourget.

J'ai signalé, dans deux mémoires présentés à l'Académie des sciences de l'Institut, la différence remarquable que présente le mouvement réel des membranes, comparé au mouvement théorique (1). La série des lignes nodales observées est bien la série donnée par le calcul, mais l'intervalle musical de deux sons correspondant à deux figures nodales est plus grand que l'intervalle calculé d'une quantité notable, qu'il

(1) Mémoire sur le mouvement vibratoire des membranes carrées. *Annal. de Phys. et de Chim.* 3e série T, L, X.

est impossible d'attribuer à une erreur d'observation, puisqu'elle peut aller jusqu'à deux tons.

J'ai démontré expérimentalement que cette perturbation est indépendante de la nature du cadre, de son poids, de sa grandeur et de sa forme extérieure.

L'étude des membranes circulaires m'a fait voir qu'elle ne dépend pas non plus de la forme de la membrane (1). La substance même de la membrane paraît avoir quelque influence : les membranes les plus délicates, comme celles de papier végétal, par exemple, présentent une perturbation plus forte que les membranes en papier fort qui vibrent avec plus de difficulté. J'ai montré, dans un autre travail, que l'on ne doit pas non plus chercher l'explication de cette anomalie dans la mobilité des bords du cadre, que la théorie suppose complétement fixes (2).

Il restait à étudier l'influence de la résistance du milieu. Pour les cordes, vibrant dans l'air, cette influence est faible; la durée assez grande du mouvement d'une corde ébranlée le démontre. Pour les membranes, elle paraît beaucoup plus sensible, car l'extinction du mouvement est subite. Or, dans l'équation du mouvement vibratoire d'une membrane, on fait complétement abstraction de la résistance de l'air.

J'ai cherché à tenir compte de cette résistance et dans cette note je démontre que si l'on admet qu'elle est proportionnelle à la vitesse, on explique très-facilement toutes les anomalies que l'expérience indique.

Je me borne aux membranes carrées: le calcul se fait exactement de la même manière pour les membranes, d'une autre forme.

Analyse.

Nommons w l'écart d'un point (x,y) de la membrane,

---

(1) Mémoire sur le mouvement vibratoire des membranes circulaires. *Annales scientifiques de l'Ecole normale*, t. III, 1866.

(2) Mémoire sur le mouvement vibratoire d'une corde formée de parties diverses de nature. *Annales scientifiques de l'Ecole normale*, t. IV.

relativement à sa position d'équilibre, c une constante qui dépend de sa tension et de sa nature, les lois du mouvement vibratoire dans le vide sont données par

$$(1) \qquad \frac{d^2 w}{dx^2} = c^2 \left(\frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{d^2 w}{dy^2}\right)(1).$$

Pour tenir compte de la résistance du milieu, supposée proportionnelle à la vitesse, il suffit évidemment de retrancher du second membre une quantité de la forme $2a \frac{dw}{dt}$, a étant une constante positive. L'équation du mouvement réel serait donc, dans cette hypothèse

$$(2) \qquad \frac{d^2 w}{dt^2} + 2a \frac{dw}{dt} = c^2 \left(\frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{d^2 w}{dy^2}\right).$$

Pour intégrer cette équation, nous suivrons la marche habituelle ; nous chercherons une intégrale particulière satisfaisant aux conditions aux limites et à une partie des conditions initiales. Elle devra jouir encore de cette propriété que le mouvement le plus général puisse être regardé comme résultant de la superposition d'un nombre fini ou infini de pareils mouvements.

Dans le cas des membranes carrées, il suffit de poser

$$(3) \qquad w = \mathrm{T\,X\,Y},$$

T désignant une fonction de t seulement.
X — x —
Y — y —

Ces fonctions devront vérifier respectivement les équations différentielles :

$$(4) \qquad \frac{d^2\mathrm{T}}{dt^2} + 2a \frac{d\mathrm{T}}{dt} + m^2\,\mathrm{T} = 0$$

---

(1) Voir Lamé, *Leçons sur l'élasticité*, 2e édition, p. 115.

$$(5) \qquad \frac{d^2X}{dx^2} + \alpha^2 X = 0$$

$$(6) \qquad \frac{d^2Y}{dy^2} + \beta^2 Y = 0$$

m^2, α^2, β^2 étant trois constantes liées par la relation

$$(7) \qquad m^2 = c^2 (\alpha^2 + \beta^2).$$

On voit aisément que si la membrane, écartée de sa position initiale, part du repos, on doit avoir:

$$(8) \qquad X = A \sin \alpha x \quad \text{et } \alpha = \frac{i\pi}{\lambda}$$

$$(9) \qquad Y = B \sin \beta y \quad \text{et } \beta = \frac{i'\pi}{\lambda}$$

A, B, désignant deux constantes arbitraires et λ le côté de la membrane carrée; puis

$$(10) \qquad \begin{cases} T = C\, e^{-at} (n \cos nt + a \sin nt) \\ n = \sqrt{m^2 - a^2} \end{cases}$$

C désignant une constante arbitraire.

Le mouvement simple, satisfaisant à toutes les conditions, sera donc défini par l'équation :

$$(11) \quad w = M\, e^{-at} (n \cos nt + a \sin nt) \sin \frac{i\pi}{\lambda} x \sin \frac{i'\pi}{\lambda} y$$

M désignant une constante arbitraire.

Ce mouvement est périodique et à amplitudes décroissantes quand le temps augmente. Le temps T de la période est donné par l'équation

$$n T = 2\pi \text{ d'où } T = \frac{2\pi}{n}.$$

Le nombre des vibrations exécutées dans une seconde ou le son, sera

$$N = \frac{1}{T} = \frac{n}{2\pi} = \frac{\sqrt{m^2 - a^2}}{2\pi}.$$

Remplaçons m par sa valeur donnée par l'équation (7) il viendra

$$N = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{c^2\,\pi^2\,(i^2 + i'^2)}{\lambda^2} - a^2}$$

ou bien

$$N = \frac{c}{2\lambda}\sqrt{i^2 + i'^2 - \frac{a^2\,\lambda^2}{c^2\,\pi^2}}.$$

Nous désignerons par N , i' ce son, et nous poserons

(12) $$\varepsilon^2 = \frac{a^2\,\lambda^2}{c^2\,\pi^2};$$

nous aurons donc enfin pour la formule d'un son quelconque de la membrane

(13) $$N_{i,\,i'} = \frac{c}{2\lambda}\sqrt{i^2 + i'^2 - \varepsilon^2}.$$

En donnant à i, i' toutes les valeurs entières à partir de l'unité, nous formerons la série indéfinie des sons que peut rendre une membrane carrée.

Pour les classer musicalement, nous désignerons par *ut*, le son fondamental, qui correspond à $i = 1$ $i' = 1$; ce son a pour formule

$$N_{1,1} = \frac{c}{2\lambda}\sqrt{2 - \varepsilon^2}.$$

L'intervalle entre celui-là et un autre quelconque sera donné par

(14) $$\frac{N_{i,\,i'}}{N_{1,1}} = \frac{\sqrt{i^2 + i'^2 - \varepsilon^2}}{\sqrt{2 - \varepsilon^2}}$$

Dans le vide, le même intervalle était donné par

$$(15) \qquad \frac{N_{i,\,i'}}{N_{1,\,1}} = \frac{\sqrt{i^2 + i'^2}}{\sqrt{2}}.$$

On voit par la formule (14) que *l'intervalle musical entre deux sons est plus grand dans l'air que dans le vide.*

D'ailleurs la formule (11) montre que *les lignes nodales restent absolument les mêmes dans les deux cas.* Notre analyse rend donc compte des anomalies observées dans l'étude des membranes carrées et circulaires.

La formule

$$N_{i,\,i'} = \sqrt{i^2 + i'^2 - \varepsilon^2}$$

nous montre que la perturbation des membranes se traduit par cette loi très-simple:

Les carrés des nombres de vibrations correspondants à chaque harmonique sont diminués d'une quantité constante par la résistance de l'air.

Remarque I. — La même analyse conviendrait, sauf de légères modifications, au mouvement vibratoire d'une corde dans l'eau, au mouvement vibratoire d'une membrane circulaire dans l'air, etc. On arriverait à la même conclusion, savoir : *les figures nodales restent les mêmes que dans le vide, et les carrés des nombres de vibrations sont diminués d'une quantité constante.*

Remarque II. — Nous nous sommes abstenu de démontrer que l'intégrale générale de l'équation (2) peut-être obtenue par une série convergente d'intégrales particulières de la forme (11). La démonstration de cette proposition est facile et se fait à peu près comme dans le cas du vide.

Il reste à contrôler notre nouvelle hypothèse par des expériences directes, faites avec précision. Nous espérons communiquer bientôt les résultats de celles que MM. Cornu et Mercadier ont bien voulu faire à ma prière dans le laboratoire de l'Ecole polytechnique.

Sur la théorie des surfaces, par M. A. Ribaucourt.

J'ai montré à la Société, il y a deux ans, que les normales d'une surface peuvent toujours être considérées comme les cordes de contact d'une famille de sphères ayant leurs centres sur une sphère donnée. En partant de ce fait, j'ai été conduit à prendre pour coordonnées tangentielles d'une surface, la distance p d'une origine O du plan tangent, et les coordonnées sphériques u et v du point où la perpendiculaire au plan tangent rencontre la sphère de rayon unité dont le centre est O.

Si l'on veut chercher les surfaces ayant pour image sphérique de leurs lignes de courbure un réseau pour lequel

$$d\,s^2 = f^2\,du^2 + g^2\,dv^2,$$

il faut intégrer l'équation :

$$\frac{d^2\,p}{du\,dv} = \frac{dp}{du}\frac{1}{f}\frac{df}{dv} + \frac{dp}{dv}\frac{1}{g}\frac{dg}{du}.$$

La forme seule de cette équation conduit à des propriétés des surfaces considérées, propriétés que j'ai indiquées dans une note insérée aux Comptes-Rendus, le 28 décembre 1868, et que M. Darboux a reproduite (loc. cit.) le 1er février 1869.

J'attirerai spécialement l'attention sur les formules auxquelles je suis arrivé en prenant pour coordonnées sphériques les paramètres x et y des génératrices imaginaires de la sphère ; on sait que le ds^2 de la sphère peut s'écrire :

$$ds^2 = \lambda^2\,dx\,dy.$$

Le λ contenant deux fonctions arbitraires, l'une de x et l'autre de y, une surface quelconque sera, dans ce système, déterminée par une équation entre p, x et y ; l'équation différentielle des lignes de courbure peut s'écrire :

$$dx^2 \cdot \frac{d}{dx}\left(\frac{dp}{\lambda^2 dx}\right) = dy^2 \frac{d}{dy}\left(\frac{dp}{\lambda^2 dy}\right)$$

forme la plus simple que l'on connaisse, et qui permet de construire de toutes pièces une infinité de surfaces avec leurs lignes de courbure. Mais si l'on compare cette équation à celle qui donne les lignes de courbure d'une surface en fonction des paramètres x et y de ses lignes isotropes et de la distance z à un plan fixe, on voit qu'elle n'en diffère que par le changement de z en p. Il en résulte ce théorème:

Prenez une surface (A) *applicable sur une sphère et tracez ses lignes de courbure* (u) *et* (v); *appelez* p *la distance d'un point* w,v *de cette surface à un plan fixe. Déformez* (A), *de manière qu'elle devienne une sphère, les lignes* (u) *et* (v), *entraînées, sont les images sphériques des lignes de courbure de la surface dont chaque plan tangent est défini dans notre système par les coordonnées* u, v *et* p.

L'équation des lignes asymptotiques est:

$$dx^2 \cdot \frac{d}{dx}\left(\frac{dp}{\lambda^2 dx}\right) + dy^2 \cdot \frac{d}{dy}\left(\frac{dp}{\lambda^2 dy}\right) + \frac{2}{\lambda^2} \cdot dx \cdot dy\left(\frac{d^2p}{dx\,dy} - p\frac{\lambda^2}{2}\right) = 0$$

Voulez-vous qu'elles soient rectangulaires? il faut que:

$$\frac{d^2p}{dx\,dy} - p \cdot \frac{\lambda^2}{2} = 0,$$

ce qui est l'équation différentielle des surfaces à étendue minima. Cette équation rentre dans un type complétement intégré par M. Moutard et son intégrale générale est :

$$p = X\frac{d\lambda}{\lambda dx} + X' + Y\frac{d\lambda}{\lambda dy} + Y'$$

où X et Y sont des fonctions arbitraires de x et y, X' et Y' leurs dérivées. Le ds^2 d'une surface quelconque en fonction de x, y et p a la forme suivante :

$$\frac{ds^2}{4\lambda^2} = dx\,dy\left[\left(\frac{1}{\lambda^2} \cdot \frac{d^2p}{dx\,dy} - \frac{p}{2}\right) + \frac{2}{\lambda}\frac{d}{dx}\left(\frac{dp}{\lambda^2 dx}\right)\frac{d}{dy}\left(\frac{dp}{\lambda^2 dy}\right)\right]$$

$$+\left(\frac{d^2 p}{\lambda^2\, dx\, dy}-\frac{p}{2}\right)\left[dx^2\,\frac{d}{dx}\left(\frac{dp}{\lambda^2\, dx}\right)+dy^2\,\frac{d}{dy}\left(\frac{dp}{\lambda^2\, dy}\right)\right]\frac{1}{\lambda^2}$$

On peut tirer d'ici une conséquence intéressante; en effet, si la surface est à étendue minima, le ds^2 se réduit à :

$$ds^2 = 4\, dx.\, dy.\, \frac{d}{dx}\left(\frac{dp}{\lambda^2\, dx}\right)\frac{d}{dy}\left(\frac{dp}{\lambda^2\, dy}\right),$$

d'où résulte ce théorème que j'ai retrouvé dans un mémoire de M. Bonnet (*Journal de Liouville*, t. 5, 2e série).

L'image sphérique d'un réseau isométrique tracé sur une surface à étendue minima est un réseau isométrique, et réciproquement :

L'équation des rayons de courbure principaux est :

$$\left(R-p\right)^2+\frac{4}{\lambda^2}\left(R-p\right)\frac{d^2p}{dx\, dy}+\frac{4}{\lambda^4}$$
$$\left[\left(\frac{d^2p}{dx\, dy}\right)^2-\frac{d}{dx}\left(\frac{dp}{\lambda^2\, dx}\right).\frac{d}{dy}\left(\frac{dp}{\lambda^2\, dy}\right)\right]=0;$$

on peut, en partant de cette valeur des rayons de courbure, et la rapprochant de celle du ds^2, déduire quelques propriétés des surfaces imaginaires sur lesquelles le rapport des rayons de courbure principaux est égal à $\pm\sqrt{-1}$, car alors :

$$\frac{ds^2}{4\lambda^2}=\left(\frac{d^2p}{\lambda^2 dx\, dy}\right)\frac{1}{\lambda^2}\left[dx^2\,\frac{d}{dx}\left(\frac{dp}{\lambda^2 dx}\right)dy^2+\left(\frac{dp}{\lambda^2\, dy}\right)\right].$$

J'ai voulu, dans cette note, indiquer les formules générales de cet essai de théorie des surfaces; je terminerai en signalant l'importance de la considération des images sphériques des asymptotiques d'une surface. Il est facile de voir que deux asymptotiques se coupent sous le même angle que leurs images et leur sont rectangulaires. Je citerai ce seul théorème :

Si sur une surface applicable sur une sphère on trace qua-

tre asymptotiques formant un quadrilatère rectiligne, les côtés opposés de ce quadrilatère sont égaux.

Séance du 14 mai 1870.

PRÉSIDENCE DE M. DELANOUE.

M. P. Bert, à propos d'un mémoire de M. Huxley « sur les affinités entre les Reptiles Dinosauriens et les Oiseaux », qui fait partie de la correspondance imprimée, rappelle qu'il a présenté à la Société, en 1865, un mémoire intitulé: « Des affinités de la classe des Oiseaux avec celle des Reptiles vrais. »

M. Guillemin rend compte d'expériences qu'il a faites avec des machines magnéto-électriques, pour savoir *si le courant de ces machines peut perforer l'enveloppe isolante des câbles souterrains.*

La machine soumise à l'expérience donnait à la rupture du courant des étincelles de 15 à 20 millimètres. Malgré ces signes d'une forte tension, un câble dont la couche isolante avait un millimètre d'épaisseur n'a pas été perforé. Un condensateur à lames planes séparées par une couche de gomme laque de $\frac{1}{10}$ de millimètre n'a pas non plus été perforé par l'étincelle, excepté dans un cas particulier qui n'est pas celui où les câbles se trouvent dans les transmissions télégraphiques. D'après M. Guillemin, la machine soumise à l'expérience ne perforerait pas les câbles quoique les étincelles qu'elle donne à la rupture aient une très-grande longueur.

D'autres expériences faites avec la même machine démontrent qu'elle pourrait servir aux transmissions, mais que le commutateur, qui est disposé pour amener les deux courants réduits à avoir le même sens, rendrait la marche de la machine irrégulière. D'ailleurs la dépense de la machine, qui absorbe une assez grande force motrice, dépasserait probablement celle de la pile, et il serait difficile d'avoir un courant aussi constant que celui que fournit la pile actuellement employée.

M. Bert entretient la Société d'expériences en voie d'exécution, relatives à l'*influence de la diminution de la pression atmosphérique sur la vie des animaux*, et particulièrement sur la quantité

absolue et la proportion relative des gaz contenus dans le sang.

Dans une première série d'expériences, M. Bert, attaquant la question par voie indirecte, recherche quelle est la composition de l'air confiné dans lequel sont morts d'asphyxie des animaux, lorsque cet air n'est pas à la pression normale. Il a déjà ainsi constaté quelques faits intéressants. Par exemple : à la pression de 76c, un moineau a laissé, dans l'air où il est mort, environ 3,5 pour 100 d'Oxygène et 15 d'Acide carbonique ; à une pression de 37c, un autre a laissé 7 d'O, et 11 de CO^2 ; à 24c, 13 d'O, 6 de CO^2 ; à 18c, 19 d'O, 1 de CO^2. Ainsi l'air est d'autant moins altéré que la pression est moins forte, et avec une diminution suffisante, la mort arrive dans de l'air presque pur. A ce moment le sang est noir, et par suite privé d'oxygène ; la vie est devenue impossible parce que l'oxygène n'entre plus dans le sang.

M. Bert a également commencé des recherches sur la composition des atmosphères suroxygénées devenues mortelles pour les animaux à des pressions supérieures ou inférieures à la pression normale. Il s'occupe enfin activement d'analyser directement les gaz du sang, et espère être prochainement en mesure de faire connaître des résultats assez importants.

La Société se forme en comité secret.

M. Laguerre fait un rapport sur les travaux de M. Houel, présenté pour être membre correspondant.

Les principaux travaux de M. Houël sont les suivants :

1. Thèses : sur l'intégration des équations différentielles dans les problèmes de mécanique. — Application de la méthode d'Hamilton au calcul des perturbations de Jupiter. — Paris, 1855.

2. Note sur le théorème d'Hamilton et de Jacobi, et sur son application à la théorie des perturbations planétaires. (Lithogr.) — Caen, 1856.

3. Tables de logarithmes à cinq décimales pour les nombres et les lignes trigonométriques, suivies des logarithmes d'addition et de soustraction ou logarithmes de Gauss, et de diverses tables usuelles. — Paris, 1858.

— Le même, seconde édition. — Paris, 1864.

— Le même, avec titre et introduction en allemand. — Paris, 1864.

4. Mémoire sur le développement des fonctions en séries périodiques au moyen de l'interpolation. (Annales de l'Observatoire impérial de Paris, t. VIII, 1866.)

(Présenté à l'Académie des sciences en 1861. Voir le Rapport de M. Serret, séance du 11 novembre 1861.)

5. Essai d'une exposition rationnelle des principes fondamentaux

de la géométrie élémentaire. — (*Archiv der Mathematik und Physik*, t. XL. Greifswald, 1863.)

6. Notice sur les fonctions hyperboliques et sur quelques tables de ces fonctions. — (Nouvelles Annales de Mathématiques, 2e série t. III, 1864.)

7. Recueil de formules et de tables numériques. Paris, 1866.

8. Essai critique sur les principes fondamentaux de la géométrie élémentaire, ou Commentaire sur les XXXII premières propositions des Eléments d'Euclide. — Paris, 1867.

9. Quelques réflexions au sujet de la ligne de longueur minimum sur la sphère. (Nouvelles Annales de Mathématiques, 2e série, t. VII, 1868.)

10. Sur la méthode d'analyse géométrique de M. Ballavitis. (Calcul des Equipollences.) — (Nouvelles Annales de Mathématiques, 2e série, t. VIII, 1869.)

11. Théorie élémentaire des quantités complexes. — (Mémoires de la Société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux. 1re partie, t. V, 1868. — 2e partie, t. VI, 1869).

11 *bis*. Note sur l'impossibilité de démontrer par une construction plane le principe de la théorie des parallèles, dit *postulatum* d'Euclide. — (Mém. de la Soc. des sc. ph. et nat. de Bordeaux, t. VIII, 1870. — *Giornale di Matematiche*, t. VIII. Naples, 1870.

En collaboration avec M. Le Besgue :

12. Tables diverses pour la décomposition des nombres en leurs facteurs premiers. (Mém. de la Soc. des sc. ph. et nat. de Bordeaux, t. III, 1864.)

13. Tables donnant pour la moindre racine primitive d'un nombre premier ou puissance d'un nombre premier: 1° les nombres qui correspondent aux indices; 2° les indices des nombres premiers et inférieurs au module. — (*Ibid.*, t. III, 1855.)

Traductions.

14. Divers mémoires de Lejeune Dirichlet, de Kummer, de Kronecker. (Journal de Liouville, et Annales scientifiques de l'École normale supérieure.)

15. Théorie et applications des déterminants, par R. Baltzer. — Paris, 1861.

16. Études géométriques sur la théorie des parallèles, par N. I. Lobatschewsky. (Mém. de la Soc. des sc. ph. et nat. de Bordeaux, t. IV, 1866.

17. La science absolue de l'espace, par J. Bolyai; précédé d'une

notice sur W. et J. Bolyai, par Fr. Schmidt. — (Mém. de la Soc. des sc. ph. et nat. de Bordeaux, t. V, 1868.)

18. Essai d'interprétation de la géométrie non euclidienne, par E. Beltrami. — Théorie fondamentale des espaces de courbure constante, par le même. — (Ann. de l'Ec. norm. sup., t. VI, 1869.)

19. Sur la géométrie imaginaire de Lobatschewsky, par G. Battaglini. (Nouv. Ann. de Math., 2e série, t. VII, 1868.)

20. Sur les hypothèses qui servent de fondement à la géométrie, par B. Riemann. — (*Annali di Matematica*, 2e série, t. III. Milan, 1870).

21. Sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre, par V. Imchenetsky. — *Archiv der Math. u. Physik*, t. L, 1869).

M. Janssen fait un rapport sur la candidature de M. Cazin, au titre de membre titulaire.

Principaux travaux de M. Cazin :

I. Essai sur la détente des gaz. (Annales de physique et chimie, 1862.)

II. Sur le travail intérieur dans les gaz. (Id. 1870.)

III. Sur la détente des gaz. (Sous presse.)

IV. Sur la détente de la vapeur d'eau surchauffée, en collaboration avec M. Hirn. (1867.)

V. Sur la détente et la compression des vapeurs saturées. (Comptes-rendus de l'Ac., mars 1868.)

VI. Sur l'évaluation en unité de poids des actions électrodynamiques. (Annales 1863.)

VII. Sur les courants interrompus. (Comptes-rendus, sept. 1864. avril 1865.)

VIII. Sur la décharge de la bobine de Rhumkorff. (Comptes-rendus, 1863.)

La séance est levée à 11 heures.

Le Secrétaire,
Paul Bert.

Séance du 28 mai 1870.

PRÉSIDENCE DE M. DELANOUE.

MM. Delanoue, Alix et Lauters sont nommés membres de la Commission chargée d'examiner les travaux de M. Malaise, candidat au titre de membre correspondant.

M. P. Bert ajoute quelques observations aux résultats dont il a parlé dans la dernière séance, touchant l'*asphyxie dans de l'air dont la pression a été diminuée.*

Lorsqu'on place des Moineaux sous des cloches, ils s'agitent d'ordinaire beaucoup. Vient-on à diminuer la pression, l'agitation augmente, mais elle se calme quand la pression n'est plus que d'environ une demi-atmosphère ; l'animal devient alors à peu près immobile, et les moindres efforts l'essoufflent immédiatement. Si l'on continue àfaire agir la pompe pneumatique, on voit, vers 30^c de pression, que l'oiseau ne peut plus se tenir sur ses pattes ; vers 25^c il s'affaisse et meurt avec des convulsions violentes quand on arrive vers 17 ou 18^c.

L'intensité de ces phénomènes varie suivant qu'on enlève l'air plus ou moins rapidement, ou que l'oiseau s'est plus ou moins agité. Ainsi, M. Bert a vu périr à 25^c de pression un Moineau qui s'était considérablement agité. Il faut aller très-lentement pour permettre aux Moineaux de vivre quelque temps à 18 ou 19^c ; de plus, il est nécessaire d'employer des cloches d'une grande capacité (8 ou 10^{lit}). Cette diminution de pression ne paraît pas pouvoir être franchie par les Moineaux, et encore n'y résistent-ils quelque temps qu'à la condition de se refroidir beaucoup.

Les résultats obtenus jusqu'ici peuvent se grouper de la manière suivante. De 76^c à 56 environ de pression, la composition de l'air confiné devenu mortel est sensiblement la même (O environ 3,5 ; CO^2 environ 15) ; de 56 à 40, la composition est O environ 5,5, CO^2 environ 14 ; de 40 à 26 : O env. 8, CO^2 env. 11 ; de 26 à 20 : O env. 12, CO^2 env. 7. Au-dessous, on a d'ordinaire, malgré toutes les précautions , une mort presque subite, presque sans altération de l'air. M. Bert a pu, cependant, une fois, faire vivre un Oiseau pendant 1^h4^m dans une pression de 18^c, dans une cloche de 11 litres. Les résultats de l'analyse ont été O 18 CO^2 2,8.

Les Mammifères, ou plus spécialement les Cochons d'Inde, donnent des résultats notablement différents. Par exemple, 3 Cochons

d'Inde placés, l'un dans une cloche de 10 ^{l}, à la pression de 36^{c}; le 2e dans une cloche de 13^{l},5 à 27^{c},8 ; le 3e dans une cloche de 19^{l} à 19^{c},5 sont morts en 2$^{h}\frac{1}{2}$ ou 3^{h}, en laissant tous l'air très-altéré. Ainsi, pour le premier, la composition était O 4,5; CO^2 17,5 ; pour le second O 5,2 ; CO^2 15,5 ; pour le troisième O 7,8; CO^2 15,8.

M. Bert fait remarquer à propos des derniers résultats : 1° que l'air était, à ces faibles pressions, beaucoup plus épuisé par les Cochons d'Inde que par les Moineaux ; 2° que ces mammifères ont paru à peine incommodés par des dépressions qui rendent les Moineaux très-malades ; aussi a-t-il été possible d'en faire vivre un pendant plus de 3 heures dans un faible courant d'air, à des pressions qui ont oscillé de 18 à 11^{c} ; 3° que, dans ces circonstances, les Cochons d'Inde se refroidissent beaucoup : celui dont il vient d'être question, et qui a survécu plusieurs heures à l'expérience, avait, à sa sortie de la cloche, une température de 20° seulement ; il était dans l'état d'un animal hibernant, état dont on ne retrouve pas d'exemple chez les Oiseaux ; 4° que si l'on additionne le chiffre de l'oxygène avec celui de l'acide carbonique, on trouve un total égal ou supérieur à 21, tandis que, pour les Oiseaux, le chiffre oscille généralement entre 18 et 19; les gaz sortant de l'intestin doivent probablement ici être mis en ligne de compte.

M. DE SAPORTA est nommé membre correspondant.

M. ROZE fait connaître à la Société les résultats de quelques expériences qu'il a faites cette année et l'année dernière *sur le polymorphisme de certains Champignons entophytes* dont les phases biologiques s'accomplissent sur des végétaux d'ordres différents.

Il s'agit du *Podisonia Juniperi-Sabinæ* qui développe sur les feuilles de Poirier le *Rœstelia cancellata* et du *P. clavariæforme* qui, parasite du Génévrier commun, produit ensuite sur l'Aubépine le *Rœstelia lacerata*. Le succès de ses expériences confirme en tous points les résultats qu'avait déjà obtenus M. Œrsted, mais que, relativement au parasite du Génévrier commun, personne encore n'avait contrôlés expérimentalement. M. Roze ajoute que le Génévrier commun présente deux *Podisonia*, l'un, assez fréquent, le *P. clavariæforme* dont il vient d'être question, l'autre, plus rare, le *P. fuscum* dont l'histoire biologique est encore inconnue, mais qui, d'après ses expériences, paraît se refuser à pénétrer dans les tissus de l'Aubépine et du Poirier. Il espère que des recherches ultérieures lui permettront d'ajouter quelques faits nouveaux à l'histoire de ces Champignons, alternativement parasites, sous différents aspects, des espèces du genre Génévrier et de celles de la famille des Pomacées.

M. Bert trouve qu'il n'y a pas lieu, dans l'état actuel de nos connaissances, à assimiler, comme on l'a fait, ces curieux phénomènes avec ce qu'on appelle génération alternante dans le règne animal. Celle-ci est en effet caractérisée par l'alternance des modes de reproduction (*sexuelle ou gemmipare*); or, ce caractère n'est point constaté dans l'étude successive des différentes formes d'un même Champignon, par exemple de l'*Uredo* et de *l'OEcidium*.

M. Delanoue prend la parole sur *le rôle des gaz et des vapeurs dans la formation volcanique*. (Voy. p. 133).

La séance est levée à 10 h. ½.

Le Secrétaire,
Paul Bert.

Sur le rôle des corps gazeux dans les phénomènes volcaniques, par M. J. Delanoüe.

Il est apparu à tous les âges du globe des rochers pyrogènes dont la nature a varié sans cesse (gneiss, granite, porphyre, serpentine, laves, etc.). Mais ce qui distingue la période volcanique de toutes les autres, ce qui justifie son nom particulier et son caractère tout spécial, c'est *l'apparition vers l'époque miocène et depuis cette époque seulement, d'immenses dégagements de gaz et de vapeurs surchauffées* projetant et pulvérisant dans l'air des roches fondues. Ce sont ces produits pulvérulents, et *eux seuls*, qui ont pu former les cratères véritables dont on ne retrouve nulle trace dans les formations pyrogènes antérieures. Ces produits gazeux (vapeur d'eau, acides chlorhydrique, sulfhydrique, etc.) paraissent se dégager tout à la fois des profondeurs du cratère et de la masse même de la lave, puisqu'ils la rendent bulleuse et écumeuse (scories, ponces, etc.). Ce phénomène, disons-le tout de suite, me semble analogue à ceux de la congélation de l'eau et surtout du rochage de l'argent. Dans ces trois cas, ce sont les gaz tenus en dissolution dans un

liquide qui s'en séparent par le refroidissement, au moment même de la solidification.

Il entre de l'eau dans la composition de presque toutes les roches pyrogènes et jusqu'à 16 ou 18 pour cent dans certaines serpentines; mais cela ne prouve pas du tout que l'hydrogène et l'oxygène de cette eau y ont toujours été à cet état de combinaison. Autrement, comment expliquer que cette eau, si facile à dégager aujourd'hui par une petite chaleur, n'ait pas pu être expulsée par la haute température des roches incandescentes (1).

L. Pilla et moi nous avons eu un jour la bonne fortune de surprendre le fer oligiste cristallisant dans une fissure du Vésuve (2). Il n'y arrivait pas sans doute à cet état, mais sous la forme de chlorure ferreux, très-volatil, qui donnait naissance, en présence de l'eau, à de l'acide chlorhydrique et à cet oxyde ferrique. Enfin, cet acide, qui nous paraissait incolore dans la fissure, blanchissait en se combinant avec l'humidité de l'air. Cela nous donne une idée des innombrables évolutions moléculaires dues aux changements de pression et de température, dans l'intérieur des cratères. Mais ces cratères eux-mêmes ne sont que les cheminées de l'immense laboratoire où se succèdent bien d'autres réactions inconnues. Que les géologues théoriciens cherchent à les deviner, rien de mieux !... Mais il faudra désormais qu'ils tiennent compte de tous les faits nouveaux introduits dans la science. MM. Delesse, Charles Sainte-Claire Deville et Daubrée ont fait sur les roches cristallines des études et des expériences extrêmement remarquables; mais ce sont surtout les brillantes découvertes de M. Henri Sainte-Claire Deville qui viennent jeter sur tous les phénomènes ignés une lumière aussi vive qu'inattendue. Nous savons maintenant que les hautes températures modifient et même intervertissent les affinités des corps. Les métaux, et celui même qui est le plus avide

---

(1) Notre confrère et ami, M. Charles Deville, a été très-étonné de l'énorme boursoufflement que lui a donné une obsidienne soumise à une faible chaleur.

(2) C'était l'image en miniature de ces énormes fentes remplies de fer oligiste à l'île d'Elbe et ailleurs.

d'oxygène, le potassium, non-seulement ne s'y unit plus, mais s'en sépare alors s'il y est combiné. Les éléments de l'eau se dissocient, les solides et les liquides dissolvent des gaz. Par contre, l'abaissement de la température reproduit les combinaisons et dégage les gaz dissous dans ces mêmes corps.

Rappelons un bel exemple de ces émissions de gaz d'une masse incandescente *par le fait seul de son refroidissement.* Examinons dans un atelier d'affinage d'argent, le bain de métal lorsqu'il est pur et très-chaud. Il contient alors beaucoup d'oxygène dissous et non combiné. La masse vient-elle alors à se refroidir et se contracter? une éruption subite et violente du gaz soulève et brise la croûte au centre, projette en l'air des globules et fait ruisseler sur les bords de petites coulées d'argent. Je ne connais pas de simulacre plus saisissant des phénomènes volcaniques.

Malgré ces précieuses données, nous sommes encore bien loin de pouvoir deviner à quel état de combinaison se trouvent dans la fournaise terrestre les éléments des vapeurs et des roches vomies par les volcans ; car il nous manque une des conditions les plus essentielles, l'influence des très-hautes pressions sur la matière. Qui oserait maintenant affirmer que le chlore y existe à l'état d'acide chlorhydrique et que l'oxygène combiné à l'hydrogène a pu jamais y former, comme on l'a dit, *une dissolution aqueuse de granite ou de serpentine?...*

Les plus grandes commotions du globe, c'est-à-dire le soulèvement des plus hautes montagnes, l'apparition des grands dégagements de gaz et par conséquent des volcans à cratères, sont des faits probablement simultanés ; ils semblent avoir une corrélation intime, et dater à peu près du milieu de la période tertiaire. Si des corps aussi volatils que les vapeurs volcaniques n'ont pas pu, dès l'origine, se dégager totalement de la masse, alors qu'elle était bien plus chaude, c'est sans doute parce que cette haute température les avait maintenus à l'état de dissolution, jusqu'au moment où ils ont été expulsés, comme ils continuent de l'être encore aujourd'hui, par le lent et continuel refroidissement du globe. Enfin les belles expériences de M. Henri Sainte-Claire Deville démontrent que c'est l'hydrogène qui entre le plus

facilement et en grande quantité dans les solides et les liquides surchauffés ; mais il en est expulsé avec une égale facilité par le réfroidissement. N'est-il pas bien remarquable que ce soit précisément aussi ce même gaz qui se retrouve dans toutes les combinaisons gazeuses émanées des volcans, telles que l'eau, l'acide chlorhydrique, l'ammoniaque, l'acide sulfhydrique, l'hydrogène et l'hydrogène carboné (1). Les protubérances mêmes du Soleil, ces flammes roses, véritables éruptions gazeuses, dont la grandeur et la mobilité sont prodigieuses, viennent d'être reconnues comme *principalement composées d'hydrogène*, depuis les belles observations de M. Janssen. (Comptes-rendus t. 67 et t. 70 p. 886)

M. Dumas nous dit : (Comptes-rendus t. 67 p. 890).

« Le moment viendra où les lois de l'attraction étant con-
» nues, on pourra prévoir ou expliquer les préférences et les
» choix des éléments pour la formation des combinaisons. »

Ce moment n'est pas encore venu.

En résumé :

1° Les lois nouvelles sur la dissociation des corps nous forcent d'avouer que les éléments ont été et sont encore au centre du globe dans un état d'équilibre inconnu mais certainement très-variable avec la pression et la température.

2° On ne peut donc plus aujourd'hui préjuger, comme on le fait, la nature des minéraux qui doivent se former, ni l'ordre de leur apparition dans la masse incandescente qui a produit le granite, les laves, etc.; puisqu'on voit que les hautes températures modifient et intervertissent toutes les affinités connues jusqu'à ce jour.

3° Enfin, sachant aujourd'hui, d'une part, que l'hydrogène a une merveilleuse tendance, soit à se dissoudre dans les corps surchauffés, soit à s'en dégager par le refroidissement, et, d'autre part, qu'il est le seul élément faisant

---

(1) Quant aux acides carbonique et sulfureux signalés dans les dernières phases volcaniques, ce ne sont probablement que des produits épigènes de la combustion des gaz inflammables (hydrogène carboné et sulfuré), au moment de leur rencontre avec l'air atmosphérique. Les cratères forment des cheminées d'appel, comme le dit très bien M. Charles Sainte-Claire Deville.

toujours partie intégrante de toutes les combinaisons gazeuses volcaniques, nous arrivons nécessairement à la conclusion suivante :

C'est l'hydrogène qui a joué et qui joue encore le rôle principal dans les éruptions gazeuses, et par conséquent dans la formation des volcans à cratères.

Séance du 11 juin 1870.

PRÉSIDENCE DE M. DELANOUE.

M. Laguerre fait une communication « *sur quelques propriétés des cônes algébriques.* » (Voy. p. 139).

M. Mannheim fait connaître un *théorème qui présente de l'analogie avec le théorème de Meusnier.* (Voy. p. 138).

M. Vaillant expose des faits par lui observés, relatifs à la *station des animaux marins* et tendant à modifier la délimitation des zones établies sur la considération de la profondeur à laquelle vivent les différentes espèces. (Voy. p. 144).

M. Fischer rappelle à ce propos les beaux résultats obtenus dans leurs sondages par les explorateurs anglo-américains. Il exprime le regret que le Gouvernement français ne paraisse pas disposé à mettre, comme l'a fait le Gouvernement anglais, des navires et des instruments à la disposition des savants pour les recherches de zoologie bathymétrique.

Il croit, du reste, que la division en zones, telle qu'on l'établit d'ordinaire, n'a qu'une valeur tout à fait locale, et qu'il ne faut pas généraliser.

M. Baissinesq, professeur au collége de Gap, est nommé membre correspondant.

M. Cazin est nommé membre titulaire.

M. Hoüel, professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux, est nommé membre correspondant.

M. Bureau est élu président de la Société pour le second semestre de 1870.

M. Alix présente à la Société, de la part de MM. de Marichard

et PRUNER-BEY, une brochure intitulée : *les Carthaginois en France*, et en donne le résumé suivant :

M. Marichard a découvert au Bourg Saint-Andéol, département de l'Ardèche, à peu de distance du confluent de l'Ardèche et du Rhône, dans une vallée que les habitants du pays désignent depuis un temps immémorial sous le nom de Liby, les restes d'une construction qui a servi de sépulture et où se trouvent de nombreux squelettes.

M. Pruner-Bey, en étudiant plusieurs crânes bien conservés, a reconnu sur les uns les caractères de la race Berbère, sur les autres les caractères de la race Sémite. Il pense que cette étude confirme l'idée de M. Marichard, qui croit avoir retrouvé les restes d'une colonie carthaginoise. Le nom même de Marichard qui est presque identique à celui du grand-prêtre d'Astarté, pourrait indiquer une origine phénicienne.

Un des caractères qui indiquent l'antiquité des crânes étudiés par M. Pruner-Bey consiste dans l'usure circulaire des dents molaires.

D'autre part, l'absence de toute inscription laisse planer un doute sur les conclusions des auteurs du mémoire.

M. ALIX présente ensuite quelques recherches anatomiques touchant la *comparaison des muscles du pied et de la main chez les Singes et chez l'Homme.*

La séance est levée à 11 heures.

Le Secrétaire,
PAUL BERT.

Sur un théorème qui présente de l'analogie avec celui de Meusnier, par M. Mannheim.

Les plans normaux menés respectivement par deux points infiniment voisins pris sur une courbe donnée se coupent suivant une droite qui est l'axe du cercle osculateur de cette courbe et que Monge a appelée *droite polaire*. M. Mannhein propose de la nommer *axe de courbure.*

En employant cette expression, on peut énoncer ainsi le théorème de Meusnier. « Si l'on trace sur une surface des » courbes tangentes entre elles en un point a les axes de

» courbure de ces courbes se coupent en un même point. »

Ce point est le centre de courbure de la section faite dans la surface donnée par un plan normal en a et mené tangentiellement aux courbes considérées.

On peut de même considérer deux plans normaux à une surface développable menés respectivement par deux génératrices infiniment voisines de cette surface.

M. Mannheim appelle aussi *axe de courbure* de la développable, la droite d'intersection de ces deux plans normaux. En faisant usage de cette expression, voici comment on peut énoncer un théorème qui a de l'analogie avec celui de Meusnier:

« Si l'on considère sur une surface des courbes tangentes » entre-elles au point a et les développables circonscrites à la » surface le long de ces courbes, les axes de courbure de ces » surfaces correspondant à la génératrice qui contient a passent par le même point. »

On peut remarquer que toutes ces développables sont osculatrices entre elles au point a.

Sur quelques propriétés des cônes algébriques, par M. Laguerre.

1. Les propriétés des cônes algébriques, que je veux développer ici, résultent de l'extension à l'espace de quelques propriétés des courbes planes que j'ai publiées dans ma note intitulée : *Théorèmes généraux sur les courbes planes algébriques*, et insérée dans les Comptes-Rendus (janvier 1865).

La propriété sur laquelle je m'appuierai peut s'énoncer ainsi :

« Si d'un point M situé dans le plan d'une courbe de classe » n, on mène les n tangentes à la courbe, et si on joint le » point M aux n foyers réels de cette courbe, les deux fais- » ceaux de droites ainsi obtenus ont même orientation. »

D'où la conséquence suivante:

« Les choses étant posées comme dans la proposition pré-
» cédente, le centre harmonique des points de contact de
» tangentes, relativement au point M, est le même que le cen-
» tre harmonique des foyers réels relativement à ce même
» point. »

Je ferai observer que ces propositions subsistent encore évidemment quand, au système des n foyers réels, on substitue un système quelconque de foyers indépendants.

Les théorèmes précédents peuvent, dans le plan même, être généralisés de diverses manières. Je ne citerai ici qu'une des généralisations dont ils sont susceptibles.

Soient deux courbes A et B qui soient respectivement de classe m et de classe n, imaginons les mn tangentes communes que l'on peut mener à ces courbes et les mn droites qui joignent chacun des foyers réels de A aux foyers réels de B; cela posé, l'on peut énoncer le théorème suivant:

« Le faisceau formé par les mn droites dont je viens de
» parler et le faisceau formé par les mn tangentes communes
» ont même orientation. »

D'où la conséquence suivante:

« Désignons par ab, $a'b'$,... les tangentes communes, a et b
» désignant respectivement les points où la tangente ab tou-
» che A et B; désignons en outre par α, α', α'' les foyers de A
» et par β, β', β''... les foyers de B ; cela posé la moyen-
» ne harmonique entre les longueurs

$$ab,\ a'b',\ a''b''$$

» est la même que la moyenne harmonique entre les lon-
» gueurs

$$\alpha\beta,\ \alpha'\beta',\ \alpha\beta',\ldots \text{ »}$$

Pour l'expression de moyenne harmonique, je renverrai à ma note *sur la détermination du rayon de courbure* (Bulletin de la Soc. philomathique, janvier 1867).

3. Soit un cône algébrique K de classe n ayant pour sommet le point S. Considérons les plans isotropes tangents à ce cône, je veux dire par là les plans tangents à ce cône qui

sont en même temps tangents au cône isotrope ayant pour sommet le point S.

Le cône K étant supposé réel, ces plans passent deux par deux par n droites réelles qui suffisent complétement pour déterminer les plans isotropes tangents au cône.

Ces n droites sont les focales réelles du cône; il y a lieu, dans certains cas, de distinguer les focales ordinaires et les focales singulières; mais ici, cette distinction est inutile.

Cela posé, on a la proposition suivante :

« Si par une droite passant par le sommet d'un cône de » classe n, on mène les n plans tangents à ce cône, et si l'on » mène des plans par cette droite et les n focales réelles; le » faisceau des plans tangents a même orientation que le fais- » ceau des plans qui passent par les focales. »

Deux cônes, ayant même sommet et circonscrits à deux surfaces homofocales, sont eux-mêmes homofocaux.

D'où cette conséquence :

« Etant données deux surfaces homofocales, les faisceaux » de plans, qui passent par une même droite et sont respec- » tivement tangents à chacune des surfaces, ont même orien- » tation. »

4. Soit un cône réel K de degré m; le cône isotrope ayant même sommet de coupe suivant $2m$ génératrices; ces génératrices sont situées deux à deux dans m plans réels.

Je désignerai ces plans sous le nom de *plans cycliques* du cône.

Leur propriété principale est contenue dans la proposition suivante :

« Si l'on coupe un cône par un plan quelconque passant » par son sommet, le faisceau de droites communes au plan » et au cône et le faisceau de droites, suivant lequel le » plan coupe les plans cycliques de ce cône, ont même orien- » tation. »

5. La même proposition peut s'énoncer d'une façon un peu différente.

Soit une courbe plane C de degré m et un point S, situé d'une façon quelconque dans l'espace. Le cône isotrope, ayant pour sommet S, coupe le plan de la courbe suivant un cercle qui a $2m$ points communs avec la courbe

Si l'on suppose la courbe réelle, ces $2m$ points sont situés

sur m droites réelles que je désignerai sous le nom de droites conjointes de la courbe relativement au point S, en employant une expression dont s'est déjà servi M. Chasles à peu près dans le même sens.

Cela posé, on a le théorème suivant :

« Menons dans le plan de la courbe C une droite quelcon-
» que ; soient a, a', a'',... les points où elle coupe la courbe
» soient b, b', b'',... les points où elle coupe les droites con-
» jointes relatives au point S ; le faisceau de droites ayant
» pour sommet le point S et passant par a, a', a'',... et le
» faisceau de droites ayant même sommet et passant par
» b, b', b'',... ont même orientation. »

Ces diverses propositions peuvent être considérées comme une extension de ce théorème bien connu de géométrie plane :

Si l'on mène une droite dans le plan d'une courbe algébrique, le centre des moyennes distances des points où elle coupe la courbe est le même que le centre des moyennes distances des points où elle coupe les asymptotes de la courbe.

5. Étant donné un cône de degré m et les m plans cycliques, supposons que ces plans se coupent suivant une même droite D.

Cette droite jouit évidemment de la propriété suivante :

« Si l'on coupe le cône par un plan quelconque passant par
» D, la somme des angles que font avec cette droite les
» génératrices d'intersection est nulle, quel que soit le plan
» sécant. »

Je dirai, dans ce cas, que la droite D est un axe de moyenne orientation du cône.

Un cône, en général, n'a pas d'axe qui jouisse de cette propriété ; les cônes du second degré, comme on le sait, en ont trois ; mais déjà ceux du troisième degré n'en ont que dans certains cas particuliers.

6. Étant donnée une courbe plane C du troisième degré, on peut faire passer par cette courbe une infinité de cônes du troisième degré qui aient un axe de moyenne orientation.

Il suffit, en effet, de construire des cercles coupant C en six points distribués deux à deux en trois droites concourant

en un même point, ou, en d'autres termes, de telle façon que les six points d'intersection soient en involution.

Étant donné l'un quelconque de ces cercles, construisons les sommets du cône isotrope qui passe par ce cercle, chacun de ces points est évidemment le sommet d'un cône passant par C, et ayant un axe de moyenne orientation.

Assujettir un cercle à couper une courbe de troisième ordre en six points en involution, c'est l'assujettir à une seule condition.

Donc :

« Étant donnée une courbe du troisième ordre, on peut, » par cette courbe, faire passer une infinité de cônes, ayant » un axe de moyenne orientation; les sommets de ces cônes » sont situés sur une surface. »

Je me propose, dans une communication prochaine, d'étudier cette surface; je ferai seulement remarquer ici qu'elle contient nécessairement la focale de C, je veux dire la ligne double de la développable isotrope circonscrite à C.

7. Considérons une courbe de quatrième degré. Assujettir un cercle à la couper en huit points, situés deux à deux sur quatre droites concourantes, c'est l'assujettir à deux conditions.

Donc :

« Étant donnée une courbe du quatrième ordre, on peut, » par cette courbe, faire passer une infinité de cônes ayant » un axe de moyenne orientation; les sommets de ces cônes » sont situés sur une courbe. »

8. On verrait de même que par une courbe du cinquième degré, on ne peut faire passer qu'un nombre limité de cônes ayant un axe de moyenne orientation.

Dans ce qui précède je n'ai, pour plus de clarté, parlé que des plans cycliques réels; mais il est clair que tout ce que j'ai dit s'applique à un système quelconque de plans cycliques indépendants.

Observations faites à Saint-Malo sur les zones littorales supérieures, par M. Léon Vaillant.

Des travaux très-importants ont été publiés, depuis déjà bon nombre d'années, touchant la disposition des êtres sur les rivages maritimes dans ces zones que l'on a désignées sous le nom de *zones littorales*; on peut même dire, que dès les premières publications sur ce sujet, faites par MM. Audouin et Milne Edwards (1830), la question a si bien été résolue que les recherches ultérieures de Sars, d'Œrsted, de Forbes n'ont fait que les confirmer sans qu'on y ait réellement rien ajouté d'essentiel. Ayant eu l'occasion, pendant mon séjour sur les côtes de Bretagne, d'apprécier la justesse de vue des premiers de ces auteurs, je désire présenter à la Société le résultat de mes observations pour insister d'un côté sur un point de détail qui ne me paraît pas avoir été suffisamment mis en lumière, et montrer d'un autre côté quelle est la précision de certaines limites de ces zones littorales.

MM. Audouin et Milne Edwards ont admis quatre zones. La première comprend les régions habituellement couvertes aux marées de vives eaux; la seconde s'étend du niveau de haute mer de mortes eaux au niveau de basse mer de ces mêmes marées ; la troisième, de ce dernier point descend au niveau de basse mer de vives-eaux ; la quatrième enfin correspond à la partie du rivage qui ne découvre qu'aux grandes marées d'équinoxe ; au delà se trouvent les zones de pleine mer qui ne découvrent jamais.

Dans cette division n'est pas mentionnée une zone supérieure à toutes celles-ci, qui, correspondant en sens inverse à la quatrième, n'est recouverte qu'aux marées d'équinoxe. Cette portion du rivage n'offre aucun être réellement terrestre, les Lichens proprements dits, et les plantes vasculaires qui recherchent les plages maritimes lui sont supérieures ; c'est, par contre, le lieu d'habitation de plusieurs animaux franchement marins tels que la *Littorina rudis* et la *Ligia oceanica*. Ces caractères signalés déjà par Forbes ne per-

mettent pas, je crois, de douter qu'il ne faille réunir cette zone aux précédentes et, pour ne pas troubler l'ordre admis dans les travaux antérieurs, cités plus haut, je proposerais de lui donner le nom de *zone zéro* qui me paraît assez bien lui convenir, en raison de sa pauvreté en êtres organisés et de sa position en quelque sorte intermédiaire entre les régions marines et les régions terrestres.

La zone littorale suivante est particulièrement caractérisée par la présence de Balanes d'où le nom de *regio Balanorum* qui lui avait été imposé par Sars. Ces animaux sont, on le sait, fixés aux corps durs et par suite immobiles, ils ne peuvent cependant se nourrir et probablement respirer d'une manière normale que sous l'eau, on est donc assez étonné de les voir se trouver dans une région souvent découverte et s'y élever même assez haut.

Pour savoir d'une manière plus exacte le temps pendant lequel ces Crustacés restaient émergés, j'ai institué une série d'observations journalières pendant le mois d'octobre 1869 à Saint-Malo dans des conditions aussi favorables que possible. Le résultat a été qu'un individu, ou plutôt un groupe d'individus, s'est trouvé hors de l'eau les deux premiers jours du mois, du 3 au 10 la mer l'a recouvert, il est ensuite resté émergé absolument jusqu'au 18, puis a été immergé jusqu'au 23 ; à partir de cette époque la mer n'a plus atteint les Balanes jusqu'à la fin du mois. On voit, d'après ces observations, que, dans le cours de cette période de trente-et-un jours et pourtant avec des marées assez fortes, ces animaux n'ont été recouverts que treize jours, et encore, je n'ai pas besoin d'insister sur ce point, durant peu d'heures dans chacun d'eux; on sait d'ailleurs que M. Thompson rapporte avoir conservé pendant sept jours des Balanes hors de l'eau.

En cherchant d'après la connaissance des hauteurs des marées telles qu'elles nous sont données par le calcul, pour Saint-Malo, à quel niveau la mer devrait monter pour recouvrir ces Balanes, j'ai trouvé que, suivant les tables de M. Gaussin, ce niveau est environ de $11^{m},40$ à $11^{m},50$. Or, en consultant les chiffres donnés par les marées de 1870, on voit que c'est précisément l'élévation des moins hautes mers de vives eaux ; il est permis d'en conclure que la position des Balanes

dans un endroit donné peut nous donner cette élévation par avance d'une façon assez précise, et, réciproquement, que c'est au niveau des moins hautes mers de vives eaux qu'il convient de fixer la limite supérieure de la *première zone*.

Quant à la limite inférieure de cette dernière, je crois pouvoir dès aujourd'hui indiquer sa situation comme répondant zoologiquement au niveau auquel s'élèvent certaines Éponges, en particulier l'*Hymeniacidon caruncula*, êtres qui paraissent ne pouvoir être émergés très-longtemps; c'est d'ailleurs un sujet dont je poursuis l'étude actuellement et sur lequel j'espère avoir un jour l'occasion de revenir devant la Société.

Séance du 25 juin 1870.

PRÉSIDENCE DE M. BUREAU.

M. Bureau, prend place en qualité de président et prononce l'allocution suivante :

Messieurs,

Avant de commencer à remplir les fonctions auxquelles votre bienveillance m'a appelé, permettez-moi de vous exprimer toute ma gratitude. En conférant à l'un des moins âgés d'entre vous cette dignité qui est ordinairement la récompense de longs et honorables travaux, vous avez voulu, sans doute, faire appel à son activité et affirmer, si je puis ainsi dire, la jeunesse et la force d'une société bientôt séculaire; vous avez voulu manifester votre intention de persévérer dans la voie de ces sages améliorations qui ont rendu, depuis un an, les communications que vous recevez de plus en plus nombreuses et les discussions qui les suivent de plus en plus intéressantes, et qui auront changé cette année les quatre petits cahiers de votre Bulletin en un volume bien rempli; vous avez voulu enfin donner à votre excellent secrétaire, M. Bert, aux efforts duquel nous devons en grande

partie cette renaissance, vous avez voulu lui donner un ami dévoué pour collaborateur.

Je m'efforcerai, Messieurs, de ne pas tromper votre attente, et d'ailleurs l'empressement que chacun de vous met à entretenir cette vie nouvelle, dont notre Société est animée, me fera, je l'espère, trouver facile, malgré mon inexpérience, la tâche que vous m'avez confiée.

La Société philomathique, vous le savez, Messieurs, a toujours occupé, parmi les sociétés savantes de Paris, une place élevée. Antérieure à l'Institut, elle a été pendant bien des années la plus haute expression de la science, et maintenant encore elle a l'honneur de compter dans son sein beaucoup de membres de notre premier corps savant.

Cependant la création de l'Académie des sciences fit courir à notre Société un danger qu'elle sut éviter. Elle comprit que, pour elle, société libre, rester la simple copie d'un corps officiel n'était pas chose possible, et elle se modifia graduellement sans rien perdre ni de son importance ni de son utilité.

Aujourd'hui l'Institut est la récompense suprême ; il confère aux travailleurs de la pensée le bâton de maréchal ; la Société philomathique a gardé ce beau rôle de tendre la main à ceux qui ont déjà vaillamment combattu et de les affermir dans la lutte par un puissant encouragement. Autour d'elle existent des sociétés savantes consacrées à l'étude de branches spéciales, qui rendent de grands et incontestables services en propageant le goût des sciences, et qui font pour cela appel à toutes les intelligences et à toutes les bonnes volontés; en limitant le nombre de ses membres et en exigeant un examen sérieux des titres des candidats, la Société philomathique a su conserver un rang supérieur. Par ce choix éclairé et par cette sorte d'enquête, elle s'est réservé une mission spéciale: constater le présent et préparer l'avenir scientifique de notre pays.

Mais ce n'est pas là son seul but. Sur sa devise, notre Société a inscrit deux mots : *Etude et Amitié*. Remarquez-le, Messieurs, elle est la seule qui ait songé à proclamer, à côté de l'utilité du travail, l'utilité de cette union des intelligences et des cœurs sans laquelle le travail est trop souvent stérile. Il n'est peut-être pas une société savante où ne se produisent de temps en temps quelques dissensions, où les discussions dégénèrent parfois en disputes inutiles et même préjudiciables à la science. Il y en a quelques-unes qui sont divisées en petits groupes, en petites coteries peu bienveillantes les unes pour les autres. Ici, nous ne connaissons pas ces nuages, car ceux que nous avons choisis pour l'étude, nous les avons choisis pour l'amitié.

Restons, Messieurs, restons fidèles à une devise qui est pour notre Société comme un titre de noblesse.

L'union fait la force : soyons unis et nous serons forts pour le but que nous poursuivons : assurer autant qu'il nous est possible la supériorité intellectuelle de la France.

M. DE CALIGNY envoie une note relative à des *expériences sur un moteur hydraulique à piston saillant.* (Voy. p. 150).

M. MANNHEIM communique *deux théorèmes de géométrie* de la part de M. HAAG. (Voy. p. 150).

M. CAZIN fait une communication sur *la mesure de la durée des étincelles électriques.* (Voy. p. 151).

M. PAUL BERT expose les résultats de ses premières recherches *sur la composition des gaz du sang chez des animaux soumis à une pression moindre que la pression atmosphérique.*

Il décrit les appareils dans lesquels sont placés les chiens mis en expérience, et les instruments à l'aide desquels on parvient à extraire leur sang artériel pendant qu'ils sont soumis à la dépression. M. Bert cite les chiffres suivants :

1° Un chien avait, à la pression normale, dans 100 centimètres cubes de sang : CO^2 39^{cc},8 ; O 21^{cc},6 ; Az 2^{cc} ; après que l'animal fût resté pendant un quart d'heure environ à la pression de 22^{c}, dans un courant d'air continu, le même volume de sang ne contenait plus que CO^2 22^{cc} ; O 10^{cc},9 ; Az 2^{cc} ;

2° A la pression normale : CO^2 35^{cc},5 ; O 19^{cc},8 ; Az 2^{cc},2. A 26^{c} de pression : CO^2 26^{cc},5 ; O 10^{cc},6 ; Az 0^{cc},9.

3° A la pression normale : CO^2 39^{cc},7 ; O 17^{cc},2 ; Az 2^{cc}. A la pression de 31^{c},4 : CO^2 31^{cc},5 ; O 11^{cc},8 ; Az 2^{cc}.

4° A la pression normale : CO^2 31^{cc},6 ; O 21^{cc},6 ; Az 1^{cc},8. A 44^{c} de pression : CO^2 25^{cc},4 ; O 17^{cc},7 ; Az 1^{cc},8.

Il est donc certain que, malgré l'état de combinaison dans lequel l'Oxygène et une grande partie de l'Acide carbonique se trouvent dans le sang, cette quantité diminue avec la diminution de la pression atmosphérique. La loi exacte de cette diminution sera très-difficile à déterminer à cause des différences individuelles présentées par les animaux ; mais il était important de constater cette désoxygénation du sang au fur et à mesure que la pression diminue. Les conséquences de ce fait pour l'explication des phénomènes présentés par les aéronautes, du *mal des ballons* et du *mal des montagnes*, se présentent d'elles-mêmes à l'esprit. Mais il serait prématuré de s'y livrer encore, et, pour aujourd'hui, M. Bert se borne à l'exposé simple d'un fait qui doit désormais être mis hors de toute contestation.

M. PAUL BERT entretient ensuite la Société de travaux qu'il

poursuit depuis longtemps, relatifs à la raison pour laquelle *les animaux d'eau douce périssent quand on les plonge dans l'eau de mer.*

Il indique d'abord que les diverses espèces de Poissons d'eau douce ne périssent pas également vite quand on les plonge dans l'eau de mer. D'après ses expériences, les Poissons blancs (Cyprins du groupe des Ables) périssent les premiers (15 à 30^m), puis viennent les Goujons et les Tanches (30 à 40^m), les Carpes, Cyprins dorés et Loches (50 à 60^m), les Perches (1^h15^m), les Saumons (6^h). Tous ces animaux étaient à peu près de même taille, et les expériences ont été faites à la même température. Le fait relatif aux Saumons est intéressant en ce qu'il montre que ces animaux, quand ils vont à la mer, doivent s'acclimater par des transitions graduelles à leur nouveau milieu.

Certaines Epinoches (mais non toutes) peuvent, comme l'avait déjà vu M. Alph. Edwards, vivre indéfiniment dans l'eau de mer.

Incidemment, un fait assez singulier a été constaté, c'est que la densité des Poissons de mer est plus considérable que celle des Poissons d'eau douce.

Les Poissons, avant de mourir, sont atteints de cataracte; ils perdent environ $\frac{1}{15}$ de leur poids. Leurs branchies sont le siége de congestions et même d'exsudations sanguines, la circulation y est arrêtée, alors que le cœur bat encore. En examinant le sang des vaisseaux branchiaux au microscope, on en trouve les globules déformés, et en partie détruits; dans le sang du reste du corps les globules sont en bon état. La mort des Poissons doit donc être attribuée à un arrêt de la circulation branchiale, consécutif à une altération locale des globules sanguins.

Les Grenouilles périssent également très-vite dans l'eau de mer (environ 1^h); elles ne vivent que 3 ou 4 heures lorsqu'on y trempe seulement les membres postérieurs. Quand la mort survient, en outre d'une congestion cutanée remarquable et de cataractes très-notables, on constate une diminution énorme de poids; la perte est de $\frac{1}{7}$ à $\frac{1}{4}$ du poids primitif du corps. Quelle est la part de cette influence dans le mécanisme de la mort? Y a-t-il en même temps absorption de sels toxiques (soude et surtout magnésie)? c'est ce que M. Bert s'efforce de déterminer en ce moment.

L'eau de mer est, en effet, toxique. M. Bert prit deux jeunes Chats, de même taille (765 et 785 gr.), et injecta dans la veine jugulaire de l'un, en 25^m 60^{cc} d'eau de mer bien filtrée; l'animal, devenu immédiatement très-faible, fut pris de diarrhée et mourut en 1 heure.

L'autre Chat reçut de même, en 10^{m}, 60^{cc} d'eau douce, il n'en fut nullement incommodé.

Quand le mécanisme de la mort sera connu, il restera encore à déterminer quelle est la substance contenue dans l'eau de mer qui occasionne cette mort. Ici les difficultés sont très-grandes. L'analyse élémentaire de l'eau de mer qui a été employée ayant été faite obligeamment par M. Terreil, il faudra faire maintes expériences comparatives avec les diverses combinaisons que l'on peut supposer exister entre ces éléments, et considérer ces combinaisons soit isolées, soit groupées les unes avec les autres. M. Bert a déjà obtenu à ce point de vue des résultats intéressants, qui feront le sujet d'une communication ultérieure.

M. Mannheim énonce à la Société, de la part de M. Haag, les deux théorèmes suivants :

« Lorsqu'une droite se meut d'une manière quelconque » dans l'espace, les droites polaires des trajectoires de ses » différents points sont, à un instant quelconque, sur un » même hyperboloïde.

» Si l'on considère, dans une figure invariable qui se » déplace, tous les plans parallèles à une même droite, les » axes de courbure des développables qu'ils enveloppent » sont, à un instant quelconque, sur un même hyperbo- » loïde. »

M. de Caligny a communiqué, dans cette séance, des expériences sur un moteur hydraulique à piston oscillant de son invention.

Il suffit de rappeler, pour ce qui va suivre, que cet appareil n'a d'autre pièce mobile qu'un piston alternativement aspiré en vertu de phénomènes de succion et alternative-

ment relevé par un ressort. A l'exposition universelle de 1867, M. de Caligny avait déjà porté à plus de quatre-vingts par minute le nombre des périodes de cet appareil, fonctionnant au moyen d'une chute d'eau. Dans des expériences qu'il a faites dernièrement avec M. Félix de Lalande, ingénieur des mines, le nombre de périodes, obtenu d'ailleurs aussi avec une marche régulière, a été porté jusqu'à plus de deux cent quarante par minute; c'est-à-dire plus de quatre par seconde. L'appareil a d'ailleurs marché assez longtemps, pour qu'on soit bien sûr du résultat. On a augmenté à volonté, dans des limites très-étendues, le nombre des périodes dans un temps donné, pour un même appareil et une même chute motrice, en diminuant convenablement la course du piston.

M. de Caligny fait observer qu'abstraction faite des moyens d'obtenir ainsi un mouvement alternatif d'un piston, les principes sur lesquels repose cet appareil peuvent aussi être employés, pour diverses industries, à obtenir d'une manière très-simple des écoulements intermittents de haut en bas, ou même de bas en haut, avec une grande régularité, quoique les périodes puissent être aussi très-nombreuses dans un temps très-court.

Sur la durée des étincelles électriques, par MM. F. Lucas et A. Cazin.

Nous faisons usage d'un *chronoscope* nouveau, qui est une application du vernier, et qui nous permet de mesurer les durées d'étincelles supérieures à *un millionième* de seconde, avec une erreur absolue qui ne dépasse pas cette quantité. Avec quelques perfectionnements, l'appareil pourrait mesurer des durées moindres. Mais, tel qu'il est, il nous suffit pour les étincelles données par une bouteille de Leyde ou par un assemblage de bouteilles. Nous avons entrepris la recherche des lois relatives aux durées de ces étincelles.

Voici le principe de notre chronoscope :

Un disque opaque mobile autour d'un axe horizontal passant par son centre, et perpendiculaire à cet axe, présente sur son contour 180 traits transparents, équidistants, ayant une même largeur, la plus petite possible.

Parallèlement à ce disque, le plus près possible, est un second disque de même rayon, centré sur le même axe; celui-ci est opaque, fixe, et présente quelque part sur son contour *six* traits transparents, semblables à ceux du disque mobile, mais espacés de manière que la division qu'ils forment soit un vernier au sixième par rapport à celle du disque mobile ; six intervalles de traits du disque fixe occupent sur une circonférence la même longueur que cinq intervalles de l'autre disque. Ce vernier apprécie donc bien *un sixième* de l'intervalle de deux traits consécutifs du disque mobile.

Sur une droite parallèle à l'axe de rotation, et passant par le milieu du vernier, sont disposés un collimateur du côté du vernier et une lunette microscope du côté du disque mobile. L'étincelle éclate au foyer du collimateur, qui envoie sur le vernier des rayons normaux ; la lunette vise le bord divisé du disque mobile.

L'appareil étant installé dans une chambre obscure, si l'on place au foyer du collimateur une lumière fixe, voici ce qu'on observe:

Lorsque le disque tourne assez rapidement, on aperçoit les six traits du vernier à la fois.

Lorsqu'il tourne assez lentement, on aperçoit un seul trait lumineux à la fois, et ce trait se meut dans le champ de la lunette dans un sens qui dépend du sens de la rotation, cela résulte de ce qu'un trait du disque mobile ayant atteint une coïncidence avec un des traits du vernier, ce sont les deux traits suivants qui entrent en coïncidence. Le trait lumineux visible dans le champ se déplace donc en sens contraire du mouvement de rotation du disque.

Enfin si le disque est au repos, on peut voir un trait dans certaines positions seulement de ce disque.

Quand on change un grand nombre de fois la position du disque mobile, il y a un certain nombre d'apparitions du trait et un certain nombre d'éclipses. Ce nombre est déter-

miné; il dépend de la largeur de chacun des traits du vernier et du disque et de l'intervalle de deux traits consécutifs.

Soient

ε la largeur angulaire d'un trait transparent du vernier,

ε' la largeur angulaire d'un trait transparent du disque,

A l'angle dont, doit tourner le disque mobile pour passer d'une coïncidence à la suivante.

Si $\varepsilon + \varepsilon' = \frac{A}{m}$, il y aura probabilité d'apparition une fois sur m, de sorte que la probabilité d'apparition est $\frac{1}{m} = \mu$ et celle d'éclipse est $1 - \mu$.

Si l'on donne au disque N positions différentes, il y aura μ N apparitions et $(1 - \mu)$ N éclipses.

Nous avons déterminé la quantité μ directement en comptant le nombre S des apparitions, pour une valeur de N très-grande, et nous avons trouvé

$$\frac{S}{N} = \mu = 0{,}70.$$

On voit donc le trait 70 fois sur 100.

Cela posé, si une étincelle de durée inappréciable éclate au foyer du collimateur, pendant la rotation du disque, le résultat sera le même que précédemment. Après N étincelles, on aura vu μ N apparitions. Mais si la durée de l'étincelle est égale à l'intervalle de temps qui sépare deux coïncidences consécutives, au lieu d'une éclipse, il y aura apparition d'un trait; au lieu d'un seul trait, on en verra deux simultanés.

En général, appelons θ l'intervalle de temps qui sépare deux coïncidences et supposons que la durée T de l'étincelle soit égale à k, k étant $< 6\,\theta$; on verra μ N fois $k + 1$ traits simultanés et $(1 - \mu)$ N fois k traits. Le nombre total de traits vus pendant l'observation de N étincelles sera ainsi :

$$S = \mu N (k + 1) + (1 - \mu) N k = N (k + \mu).$$

De là $$T = k\,\theta = \left(\frac{S}{N} - \mu\right)\theta.$$

Cette formule s'étend aisément au cas où k est fractionnaire. La méthode consiste donc à observer un grand nombre d'étincelles, à noter le nombre de traits simultanés qu'on aperçoit à chaque étincelle. On fait ensuite la somme S de tous les nombres de traits observés et on la divise par le nombre N des observations.

Quant à la valeur de θ, elle dépend de la vitesse de rotation des nombres de divisions du disque et du vernier.

Le disque était mu par un engrenage dont le premier axe recevait le mouvement d'une machine à gaz du système Hugon. Un compteur donnait le nombre n de tours de cet axe pendant une minute, et l'on avait

$$\theta = \frac{10000}{12\,n}$$

Par suite
$$T = \frac{10000}{12\,n}\left(\frac{S}{N} - \mu\right)$$

Telle est la formule dont nous avons fait usage.

Il est à remarquer que notre méthode expérimentale met à l'abri des petites variations de vitesse du disque et des imperfections de l'appareil, pourvu que le nombre N des étincelles observées soit assez grand. En général il était égal à 100 dans nos expériences.

La construction du disque mobile n'a pas été sans difficultés. Nous avons adopté un disque de mica très-transparent de $0^m,07$ environ de rayon. On a reproduit sur ce disque, par la photographie, l'image positive d'un disque de verre argenté de même dimension, sur lequel les 180 traits transparents avaient été produits. Quant au vernier, il est tracé sur un disque de verre argenté. M. Duboscq a montré beaucoup d'habileté dans la construction de notre appareil.

Les lois que nous avons communiquées à l'Académie des Sciences le 25 avril et le 20 juin derniers sont rassemblées dans la formule

$$(T = h)\,(1 - a^s)\,(1 - b^t).$$

s désigne la surface de la batterie, composée d'un certain

nombre de jarres, aussi semblables que possible; l'unité est la surface de chacune d'elles, dont l'armature extérieure est d'environ 1243 cent. carrés; l désigne la distance explosive, mesurée en millionièmes; a et b sont deux constantes, qui ne dépendent ni de la nature, ni de la grosseur des boules de décharge; h est une constante qui ne dépend pas de la grosseur des boules, mais qui dépend de leur nature.

Les durées que nous avons mesurées ont varié de 7 à 86 millionièmes de seconde. Les différences entre les valeurs observées et les valeurs calculées sont en général inférieures à *un millionième de seconde.*

Nous avons trouvé :

$$\text{Log } a = \bar{1},9050453,$$
$$\text{Log } b = \bar{1},97249190,$$

puis,
pour des boules de diverses substances dont les diamètres étaient compris entre 7 et 30 millimètres,

Platine, log h =	161.
Zinc,	248.
Laiton,	200.
Etain,	169.
Charbon,	169.

La batterie était chargée par une machine de Holtz, mise en mouvement par le moteur Hugon et elle se déchargeait régulièrement par une seule étincelle. L'emploi de cet excellent moteur, que nous a obligeamment prêté l'inventeur, a donné à nos expériences une régularité inespérée.

Nous poursuivons ces recherches à l'Observatoire.

Séance du 9 juillet 1870.

PRÉSIDENCE DE M. ALIX.

M. du Moncel, membre titulaire depuis le 4 mai 1860, demande à passer au rang des membres honoraires.

M. Laguerre fait une communication sur *l'intégration d'une équation différentielle au second ordre* (Voy. p. 158)

M. Bert expose le résultat d'expériences faites dans son laboratoire par M. Alling et Jolyet, relativement à la *faculté d'absorption de la vessie urinaire.* Un grand nombre d'expérimentateurs et de médecins se sont déjà occupés de cette question et l'ont résolue dans les sens les plus divers. Pour les uns, la vessie absorbe très-aisément les substances toxiques qu'on y injecte ; pour d'autres, elle absorbe peu, pour d'autres enfin, point du tout : cette dernière opinion tend à prévaloir dans le monde médical.

Or, les expériences de MM. Alling et Jolyet, non-seulement résolvent la question pour ce qui a rapport aux espèces du Chien et du Lapin (d'où grande vraisemblance pour l'espèce humaine), mais montrent une des causes les plus importantes de la divergence d'opinion des physiologistes à ce sujet.

Ainsi, sur un Chien ou un Lapin mâle, on introduit, par les voies naturelles, et avec les plus grandes précautions, une sonde dans la vessie. On ouvre alors l'abdomen, et l'on porte à la base de la vessie une ligature qui embrasse la sonde et empêche toute communication avec l'urèthre. On injecte alors, par la sonde, dans la vessie, une dissolution de strychnine, à une dose supérieure à celle qui serait nécessaire pour produire la mort. L'animal n'en souffre nullement, nonobstant un séjour que l'on prolonge pendant deux heures environ. On retire alors le liquide injecté et on lave avec soin la vessie ; puis on enlève la sonde, et après avoir fermé tout à fait la ligature vésico-uréthrale, on injecte à nouveau, mais cette fois dans l'urèthre seul, une solution de strychnine : après dix ou vingt minutes, l'animal est pris de convulsions et périt.

Donc, chez le Chien et le Lapin, la vessie n'absorbe pas la strychnine et l'urèthre l'absorbe rapidement. Or, dans les expériences faites par les physiologistes et les médecins, on n'a jamais pris garde à cette distinction. Suivant donc que, pendant ou

après l'injection intrà-vésicale, il a pénétré dans l'urèthre une quantité plus ou moins grande du liquide toxique, on a dû obtenir des résultats très-différents.

Après la strychnine, on expérimentera avec la belladone, l'iodure de potassium et autres subtances dont l'absorption peut être facilement reconnue. Puis, il faudra voir ce qu'il advient de vessies rendues artificiellement malades par une injection caustique, par l'introduction d'un corps étranger, etc.

Dès maintenant, il est permis de dire que les injections dans la vessie de substances capables d'occasionner des accidents par absorption doit être bannie de la thérapeutique médicale, parce qu'on ne sait jamais, en agissant par les moyens habituels, ce qui restera dans la vessie, et ce qui pénétrera dans l'urèthre.

M. Bert est amené à dire quelques mots du *venin cutané des Batraciens*. Il signale ce fait que la peau du *Triton cristatum* et celle du Crapaud à ventre de feu (*Bombinator igneus*) contient des substances volatiles qui agissent à distance avec une grande énergie. Pour lui, il ne peut disséquer un Triton sans le plonger sous l'eau, sous peine d'être pris de douleurs nasales et de larmoiement. Quant au *Bombinator*, M. Bert a vu quatre personnes qui en examinaient un avec attention, en vue d'une détermination zoologique, mais qui n'avaient pas touché l'animal, manifester par des éternuements violents et répétés (l'une d'elle moucha du sang), l'action de la substance émise par le Batracien. M. Bert se procura environ un cent de ces petits animaux : il fit avec leurs peaux une infusion alcoolique qu'il évapora rapidement ; le résidu introduit sous la peau de Grenouilles ne donna rien de caractéristique. M. Bert rapporte enfin que, tout récemment, ayant écorché un Tétard (probablement de *Pelobates obstetricans*,) une petite plaie qu'il avait au pouce devint au premier contact le lieu d'une douleur extrêmement vive, laquelle dura pendant deux heures, s'irradiant dans le bras, le cou et jusqu'au menton.

M. Prillieux fait part à la Société d'expériences qu'il a faites *sur la fanaison des plantes*, et desquelles il résulte que les parties fanées des plantes peuvent reprendre, dans certains cas, leur fermeté, leur fraîcheur et devenir turgescentes sans recevoir d'eau du dehors.

Ces expériences permettent, en outre, de se rendre compte de ce qui se passe en pareil cas, et de reconnaître que la cessation de la fanaison est due alors à un déplacement de l'eau qui se porte de la base au sommet des organes; certaines parties regagnant leur fraîcheur première, grâce à l'eau que d'autres leur cèdent.

M. Alix communique la traduction d'un mémoire de M. Bischoff sur les muscles courts du pouce et du gros orteil. (V. p. 159)

La Société se forme en comité secret, pour entendre le rapport de M. Laurent sur la candidature de M. Malaise, Dr ès-sciences naturelles, professeur à l'Institut agricole de Gembloux, correspondant de l'Académie royale de Belgique.

Les principaux travaux de M. Malaise sont :

Sur l'existence en Belgique de nouveaux gîtes fossilifères à faune silurienne.

Sur quelques fossiles du massif silurien du Brabant.

Observations sur le terrain silurien de l'Ardenne (en collaboration avec M. Gosselet).

Une note sur le terrain crétacé de Louzié. Découverte faite par l'auteur, d'un lambeau ignoré de ce terrain.

Notes sur les silex ouvrés de Spiennes.

Une note sur des corps organisés trouvés dans le terrain ardennais de Dumont.

Une note sur les roches usées, avec cannelures, de la vallée de la Grande Geete.

Une note sur les rhizômes verticaux des *Phragmites communis trinius*.

La carte géologique agricole de Belgique. Cette carte figurait à l'exposition universelle de Paris, 1867, et a obtenu une médaille.

La séance est levée à 10 h. ¾.

Le Secrétaire,
Paul Bert.

Sur l'intégration d'une équation différentielle du second ordre, par M. Laguerre.

L'équation différentielle du second ordre

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\varphi\left(\frac{d^2 y}{dx^2}\right)}{\sqrt{f\,(x,y)}},$$

où $f(x, y)$ désigne un polynôme du second degré en x et

y, et où $\varphi\left(\frac{dy}{dx}\right)$ désigne une fonction quelconque de $\frac{dy}{dx}$, peut toujours s'intégrer, quand on en connaît une solution particulière.

On parvient facilement à ce résultat en s'appuyant sur la théorie du dernier multiplicateur donnée par Jacobi.

Comme application de la proposition précédente, je donnerai le résultat suivant.

Étant donnée une surface du second ordre, si l'on cherche les surfaces développables qui, ayant leur arête de rebroussement sur la surface du second ordre, passent par une courbe plane, on est amené à résoudre une équation différentielle du premier ordre.

Cette équation peut toujours s'intégrer par de simples quadratures.

Sur les muscles courts du pouce et du gros orteil,
par M. L.-W. Bischoff.

Dans le cours des recherches d'anatomie comparée sur les muscles des Singes auxquelles je me suis livré dans ces derniers temps, les muscles du pouce et du gros orteil ne furent pas ceux qui m'offrirent le moins de difficultés.

Nos manuels et traités d'anatomie humaine, en Allemagne comme en France et en Angleterre, sont d'accord sur ce point qu'ils admettent pour le pouce quatre muscles courts, et trois pour le gros orteil, savoir : pour le pouce, les muscles *abductor brevis*, *opponens*, *flexor brevis* et *adductor*; pour le gros orteil, les muscles *abductor, flexor brevis* et *adductor*, ce dernier pourvu d'un *caput obliquum* et d'un *caput transversum*. Mais dans la description particulière de ces muscles, surtout pour le pouce, on trouve de remar-

quables divergences. Ce sont surtout le *flexor brevis* et l'*adductor* qui ont été décrits différemment, ce qui ne doit pas étonner quand on songe aux connexions du premier soit avec l'*abductor brevis* et l'opposant, soit avec l'*adductor*, et aux nombreuses variétés individuelles qui peuvent se présenter.

Chez nous, en Allemagne, et, autant que je le sais, en Angleterre, on attribue au *flexor brevis pollicis* deux têtes, la première (radiale), qui s'attache au sésamoïde externe à la base de la première phalange du pouce, et adhère au bord interne de l'*abductor brevis* et de l'*opponens*, et une tête interne (cubitale) qui adhère à l'*adductor* et s'insère avec lui sur le sésamoïde interne. Il règne plusieurs manières de voir sur la détermination de la tête ulnaire et sur la limite qui la sépare de l'*adductor*. Les uns (Sœmmering, Weber, Hyrtl, Theile, Quain) la font naître seulement du métacarpien du 3me doigt et parfois de celui du 4me ; d'autres (Meckel, Krause, Arnold, Luschka) la font naître en même temps du carpe. La description s'accorde alors parfaitement avec celle des muscles du gros orteil, auquel on accorde un *abductor*, un *flexor* à deux têtes, et un *abductor* avec deux têtes, une oblique et une transverse.

En France, au contraire, et partiellement en Allemagne, on admet généralement l'opinion de Cruvelhier, que le *flexor brevis* n'a qu'une tête, l'externe ou radiale, et ne s'insère qu'au sésamoïde externe; tous les faisceaux musculaires qui s'attachent au sésamoïde interne (ulnaire) appartiennent à l'*adductor*. De même, pour le pied, on enseigne que le gros orteil n'a qu'un *flexor brevis* à une tête, l'interne (tibiale) qui se fixe au sésamoïde interne, tandis que la tête externe (péronéale) est attribuée à l'*adductor*. De plus, comme les Français considèrent ces muscles par rapport à l'axe du corps et non par rapport à l'axe du pied, ils donnent à notre *abductor* le nom d'*adductor* et à notre *adductor* celui d'*abductor*.

Ces deux opinions diffèrent de celle que Henle a émise dans ces derniers temps. Pour Henle, il n'y a pas, à proprement parler, de *flexor pollicis brevis*. Il décrit deux petits faisceaux musculaires situés profondément derrière le tendon du *flexor pollicis longus* et se rendant du carpe aux deux

sésamoïdes comme les deux têtes d'un *flexor pollicis brevis*. Quant à ce que les autres anatomistes ont décrit comme tête externe (radiale) du *flexor brevis*, il l'attribue à l'*abductor pollicis brevis*, et ce qu'on décrit comme tête externe (cubitale), il l'attribue à l'*abductor*.

Enfin, depuis 17 ans, Dursy a décrit parmi les muscles du thénar un petit muscle profond qu'il a nommé *interosseus pollicis indicisque*, que d'autres ont confondu avec le *flexor pollicis brevis* et que Henle accepte pour un muscle particulier qu'il nomme *interosseus internus* I.

Ces divergences n'offrent rien qui puisse étonner les anatomistes qui ont étudié par eux-mêmes les muscles dont nous venons de parler. Car ces petits muscles sont dans le fait tellement confondus, qu'il est très-difficile de les séparer et l'on peut se convaincre qu'il existe dans leurs rapports réciproques, leurs origines et leur groupement, beaucoup de variétés individuelles, variétés qui peuvent s'expliquer en partie par une tendance de ces muscles à s'écarter du type normal, en partie par les nombreux usages auxquels le pouce est appliqué suivant la diversité des professions.

On en doit d'autant plus désirer de posséder un fil conducteur à l'aide duquel on puisse se reconnaître au milieu de ces complications. Je crois l'avoir trouvé par une étude attentive de ces muscles chez les Singes.

L'anatomie comparée nous donne souvent une clef qui nous fait mieux comprendre certaines dispositions du corps humain, en nous les montrant chez les animaux sous un aspect plus simple. Elle produit aussi parfois le même résultat en nous les faisant voir à un état plus avancé de développement. Ce dernier cas se présente pour les muscles courts du pouce et du gros orteil de certains Singes, qui ont les muscles de la main et surtout ceux du pied, sinon sous tous les points de vue, du moins sous quelques-uns, plus développés ou plus faciles à distinguer que ceux de l'Homme. C'est ce que j'ai trouvé principalement, parmi les Singes que j'ai le plus étudiés, chez les *Cynocephalus*, *Macacus* et *Cercopithecus*, tandis que chez les Anthropoïdes, c'est le contraire qui a lieu, leurs muscles étant loin d'offrir le plus haut degré de développement et d'isolement.

Chez un grand Mandrill dont je préparais les muscles, j'ai trouvé ceux du pouce et du gros orteil complétement développés ; je me suis assuré que le *flexor brevis* et l'*adductor* ont chacun un muscle à deux têtes, dont les deux têtes sont manifestement séparées l'une de l'autre. Ce Singe possède à la main un *abductor brevis pollicis,* un *opponens*, un *flexor brevis* à deux têtes et un *adductor* à deux têtes. La tête externe latérale du *flexor brevis* est très forte, facile à séparer de *l'abductor brevis* et de *l'opponens* ; elle naît du *ligamentum carpi volare proprium* et de l'*os multangulum majus* (trapèze), et se fixe au sésamoïde radial du pouce. La tête interne, médiale du muscle, naît plus profondément des *os multangulum minus*, trapézoïde et *capitatum*, ainsi que des ligaments qui les recouvrent et les unissent, et de la gaîne où glisse le tendon du *flexor carpi radialis*, et se fixe au sésamoïde interne (cubital) du pouce. Elle est moins forte que la tête latérale, plus arrondie et marche le long du métacarpien du pouce. Entre les deux têtes s'avance le faible (remplaçant le *flexor pollicis longus*) tendon du *flexor digitorum communis longus*, destiné à la deuxième phalange du pouce.

Il est facile de séparer de la tête médiale un muscle partant de la base des deuxième et troisième métacarpiens et d'une aponévrose qui revêt le fond de la paume, qui court sous la tête médiale du *flexor brevis* et un peu au delà de ce dernier, se fixe au bord cubital de la base de la première phalange du pouce. C'est l'*adductor obliquus*. Un intervalle sépare celui-ci de l'*adductor transversus*, qui émane du métacarpien du troisième doigt jusqu'à son *capitulum* et se fixe avec le précédent au bord ulnaire de la base de la première phalange du pouce, en se prolongeant au delà. Quant à l'*interosseus primus* (Dursy et Henle), je n'en trouve aucune trace.

Il en est de même pour le pied du *Cynocephalus*. Nous y trouvons, outre l'*abductor*, un *flexor brevis hallucis* à deux têtes, dont les deux têtes se fixent à l'appareil ligamenteux dans la profondeur de la plante et aux deuxième et troisième cunéiformes. La tête médiale est visiblement plus faible que la tête latérale, et refoulée dans la profondeur par l'*adductor obliquus* placé à son côté médial.

L'*adductor obliquus* naît de la base du deuxième et du troisième métacarpiens, ainsi que d'une aponévrose (1) située dans la profondeur de la plante du pied, et se rend au sésamoïde externe du gros orteil.

Indépendamment de ce muscle, il y a un fort *adductor, transversus* qui vient de l'extrémité inférieure et du *capitulum* du deuxième métatarsien et s'attache plus loin au bord péronéal de la première phalange. Le *Cynocephalus* ne possède pas d'*opponens hallucis* pour le gros orteil, quoique ce muscle existe chez l'Orang et le Macaque.

Le développement des muscles courts du pouce et du gros orteil, et particulièrement du *flexor brevis* et de l'*adductor* pourvus chacun de deux têtes, varie beaucoup chez les Singes. Ainsi, pour le pouce, la tête interne ou radiale du *flexor brevis* peut être très-rudimentaire ou même complétement disparaître. Dans le premier cas, elle est refoulée dans la profondeur par l'*adductor obliquus* , et prend la place et l'aspect de l'*interosseus primus* de Dursy; cela se voit chez l'Orang. Chez un Hylobate, il existait du côté droit et manquait du côté gauche. Chez le Gorille et le Chimpanzé, il manque des deux côtés. Il en est de même pour les deux portions de l'*adductor*. Elles peuvent être confondues en une seule masse, comme chez l'Orang et le Macaque. Dans d'autres cas, l'adducteur oblique ainsi que le transverse sont très-faibles et même manquent complétement (ex. *Pithecia* et *Hylobates*). Au pied, je vois manquer chez un Orang la tête péronéale du *flexor brevis*, tandis que l'*adductor transversus* et l'*adductor obliquus* sont très-développés. Chez le *Pithecia*, la tête péronéale du *flexor brevis* est faible et refoulée dans la profondeur par l'*adductor obliquus*. L'*adductor obliquus* et le *transversus* sont réunis chez le Chimpanzé et l'Hylobate. Le *transversus* est faible, l'*obliquus* fort chez le *Cercopithecus*, etc.

Les observations que j'ai faites sur les Singes m'autori-

---

(1) Je ferai remarquer ici que cette aponévrose profonde de la main est chez les Singes l'origine d'un appareil musculaire particulier que je décrirai sous le nom de *contrahentes digitorum* dans mes *Beitragen zur Anatomie des Hylobates*.

sent à conclure que le pouce de l'Homme possède, indépendamment de l'*abductor brevis* et de l'*opponens*, un *flexor brevis* à deux têtes, mais que de ces deux têtes la cubitale n'est que faiblement développée et se trouve cachée profondément comme l'*interosseus internus primus* (Dursy). L'*adductor*, au contraire, est toujours chez l'Homme bien développé dans ses deux parties, l'oblique et la transverse. Au pied, nous avons un *flexor brevis* à deux têtes et un *adductor* à deux têtes (l'*adductor obliquus* très-fort, l'*adductor transversus* faible).

D'après ces considérations, nous pouvons proposer la description suivante :

I. Pour le pouce.

1. *Abductor pollicis brevis.* — Ce muscle est séparé de la peau par un mince fascia superficiel. Pour l'isoler de ses voisins avec lesquels il est assez intimement uni, on doit, après avoir préparé la surface, commencer par soulever le bord radial qui s'applique au métacarpien sans y adhérer. Il est facile de le séparer de l'opposant placé sous lui, et si l'on veut pousser plus loin la dissection, on arrivera généralement, sans grande difficulté, à séparer son bord interne ou cubital, soit de l'opposant, soit de la tête externe du *flexor brevis*. Alors on le verra naître de la surface du *ligamentum carpi proprium* jusqu'à l'os naviculaire et de l'os *multangulum majus*, et s'insérer au bord radial de la base de la première phalange du pouce. Le plus souvent ses fibres viennent simplement du *ligamentum carpi* et convergent vers le point d'insertion; mais comme souvent elles s'entrecroisent, et que d'autres fois le tendon de l'*abductor pollicis longus*, accompagné de quelques fibres charnues, vient se terminer sur notre muscle, je ne trouve pas de raison pour le diviser, avec Henle, en deux portions, à moins qu'on ne lui attribue avec cet auteur la tête externe du *flexor brevis*.

2. *Opponens pollicis.* — Ce muscle est en grande partie recouvert par le précédent. Il s'unit à son bord médial avec l'*abductor* et avec la tête externe du *flexor brevis*, mais il se distingue des deux en ce qu'il s'insère réellement à tout

le bord externe du métacarpien du pouce et se borne là sans atteindre la phalange. Ses fibres naissent, recouvertes par l'*abductor brevis*, du *ligamentum carpi volare proprium* et de l'os *multangulum majus*.

3. *Flexor brevis pollicis*.—Ce muscle a deux têtes, une latérale, forte, se montrant librement au jour au bord médial de l'*abductor brevis* et de l'*opponens*, et une médiale faible, complétement couverte par l'*adductor obliquus pollicis*. La première est celle déjà décrite que je parviens, non sans difficulté, à séparer de l'*abductor brevis* et de l'*opponens*. Il faut pour cela partir de son insertion au sésamoïde externe à la base de la première phalange du pouce, où il est séparé de l'opposant par du tissu conjonctif graisseux. En passant avec précaution entre les deux muscles, on arrive jusqu'au point où le fléchisseur naît du *ligamentum carpi volare*. La séparation de cette tête latérale du *flexor brevis* de l'*adductor obliquus* placé à son bord médial sera facile à obtenir, si l'on part de l'insertion du dernier au sésamoïde médial du pouce ; car en ce point les deux muscles sont bien séparés et le tendon du *flexor pollicis longus* vient se placer entre eux. Eu égard à l'origine de cette tête latérale du *flexor brevis*, on pourrait facilement trouver des difficultés, si l'on s'en tenait à son insertion au sésamoïde latéral ; car cette origine est souvent divisée en deux portions qui s'unissent en atteignant le sésamoïde. La portion latérale nait du *ligamentum carpi volare proprium* et de l'os *multangulum majus;* la médiale naît plus profondément de l'os *multangulum minus* et du ligament qui bride l'*extensor carpi radialis;* entre les deux se place à leur origine le tendon du *flexor pollicis longus*. On pourrait prendre ces deux portions pour deux muscles distincts, si elles n'étaient pas toujours unies près de leur insertion au sésamoïde, et souvent dans leur trajet.

La tête médiale du *flexor brevis* a été jusqu'ici tantôt méconnue, tantôt (ce qui est arrivé à Dursy et à Henle) mal déterminée. En ne l'étudiant que chez l'Homme, il n'est pas facile d'y reconnaître un *flexor brevis* ; car il est profondément caché sous l'*adductor obliquus*, dont il n'est pas toujours complétement séparé ; il est parfois rudimentaire, et peut même manquer d'une manière absolue. C'est seule-

ment son existence et son développement complet chez certains Singes et sa dégradation chez les Anthropoïdes qui ont fixé mon opinion à son égard.

On peut considérer ce muscle, soit par la face dorsale, soit par la face palmaire. Dans le premier cas, il faut séparer l'*adductor obliquus* de son origine et le renverser avec précaution, de manière à ne rien enlever. Pour cela, il vaut mieux partir du côté dorsal en coupant près du métacarpien du pouce la tête pollicienne de l'*interosseus primus*. On voit alors notre tête médiale du *flexor brevis* s'avancer sous l'aspect d'un faisceau musculaire arrondi le long du métacarpien du pouce. Après l'avoir ainsi préparé, on voit qu'il naît de l'os *multangulum minus* et de la base des métacarpiens du second et du troisième doigt, et de l'appareil ligamenteux qui unit ces os ; il est couvert par l'*adductor obliquus* et s'insère au sésamoïde médial du pouce. Le tendon du *flexor pollicis longus* passe entre les insertions des deux têtes du *flexor brevis* aux sésamoïdes, mais cela ne se voit qu'après avoir écarté l'*adductor obliquus* qui, en s'insérant au sésamoïde médial refoule dans la profondeur la tête médiale du *flexor brevis*.

Que cette tête médiale du *flexor pollicis brevis* soit l'*interosseus pollicis indicisque* de Dursy et l'*interosseus internus primus* de Henle, cela ne peut être mis en doute si l'on en juge d'après les descriptions et les figures, quoique je ne sois pas d'accord avec Dursy pour tous les détails. Par exemple, je n'ai jamais vu, et il ne semble pas que Henle ait jamais vu la seconde tête qui, d'après Dursy, doit s'insérer sur le métacarpien de l'index. D'ailleurs, l'origine de la tête médiale du *flexor brevis* offre tant de variétés, que l'on ne peut rien affirmer à cet égard.

L'existence d'un quatrième *interosseus internus*, que l'on devrait avec Henle désigner comme le premier, ne semble pas très-probable. Ce serait par la fonction un adducteur du pouce qui, en présence des deux autres adducteurs, l'*adductor obliquus* et le *transversus*, serait tout à fait superflu. Mais cette détermination aurait contre elle la disposition des muscles chez les Singes, où l'*interosseus internus* I manquerait absolument, tandis que chez eux précisément,

ainsi que je le ferai voir ailleurs, l'appareil d'adduction des doigts présente un développement particulier.

4. *Adductor pollicis obliquus* et *transversus*. — Ces deux muscles sont complétement développés chez l'Homme. Ils se touchent, et il est assez difficile de les séparer. Le passage du *ramus profundus* de l'*arteria radialis* qui concourt à former l'*arcus volaris profundus*, indique toujours leur ligne de séparation. L'*adductor obliquus* se trouve au-dessus de ce point, et naît principalement de la base du deuxième et du troisième métacarpien. La première origine forme habituellement un faisceau vigoureux bien séparé. On peut encore parfois suivre des fibres charnues qui viennent de l'os *multangulum minus*, de l'os *capitatum* et des ligaments qui les recouvrent. Les fibres du muscle s'avancent le long du bord ulnaire du métacarpien du pouce, où elles entrent en rapport avec la faible tête médiale déjà décrite du *flexor brevis* auprès du sésamoïde médial auquel elles s'insèrent. Cet *adductor obliquus* est, je le répète, habituellement décrit comme une tête interne du *flexor brevis*.

L'*adductor transversus* est décrit partout comme un *adductor pollicis* naissant du corps et de la tête du troisième métacarpien, ainsi que de la tête du deuxième et du quatrième par des faisceaux isolés dont les fibres convergent vers le sésamoïde médial du pouce, où elles s'insèrent avec l'*adductor obliquus*.

Quant aux fonctions physiologiques de ces muscles du thénar, je pense avec Henle que, sous le rapport de la flexion et de l'adduction de la première phalange du pouce, on ne peut faire entre eux aucune distinction.

II. *Le pied.*

Je n'insisterai pas longtemps sur les muscles courts du gros orteil, puisque, sous ce rapport, je ne m'écarte pas de la leçon généralement acceptée en Allemagne. Si j'attache de l'importance à leur disposition, c'est principalement parce qu'elle confirme ma manière de voir sur les muscles du thénar, en montrant que ceux du pouce et ceux du gros orteil se comportent de la même manière.

Je distingue au gros orteil :

1° L'*abductor hallucis*, naissant du *calcaneum*, du *ligamentum laciniatum* et de la *tuberositas ossis navicularis*, et non, comme quelques-uns l'enseignent, du métatarsien du gros orteil, et s'insérant par un tendon qui se montre de bonne heure sur sa face superficielle au bord latéral de la base de la première phalange et au sésamoïde ;

2° *Le flexor brevis hallucis* avec deux têtes qui naissent ensemble de la face inférieure du premier cunéiforme et du *ligamentum calcaneo-cuboïdeum plantare* par une pointe aiguë et tendineuse, les fibres charnues s'écartent ensuite en s'avançant le long de la face inférieure du métatarsien du pouce. Les fibres de la tête latérale s'unissent avec le tendon de l'*abductor hallucis* et s'insèrent avec lui au sésamoïde latéral. Les fibres de la tête médiale s'avancent jusqu'à la base de la première phalange et s'unissent au tendon de l'*abductor obliquus* pour s'insérer au sésamoïde médial;

3° L'*adductor obliquus*, habituellement décrit comme un simple *adductor hallucis*, est un muscle très-fort, naissant de la base du deuxième et du troisième métartarsien, de l'*os cunéiforme tertium*, de l'*os cuboïdeum* et du *ligamentum calcaneo-cuboïdeum plantare*, descendant obliquement le long du bord médial du métatarsien du gros orteil, et se fixant par son tendon au sésamoïde médial;

4° L'*adductor transversus* ou *transversalis plantæ*, est toujours chez l'Homme faible et rudimentaire, et souvent manque tout entier. Il naît des *ligamenta capitularia plantaria* et des capsules articulaires du troisième, du quatrième et souvent du cinquième orteil, et constitue un faible muscle triangulaire dont le tendon s'attache avec l'*adductor obliquus* au sésamoïde médial du gros orteil.

La conformation des deux adducteurs du gros orteil chez l'Homme ressemble beaucoup à celle du *Cercopithecus*, quoique chez celui-ci le *transversus* soit proportionnellement encore plus fort.

— Après avoir communiqué ce mémoire, M. Alix a fait observer :

1° Que les mots d'adducteur et d'abducteur appliqués aux muscles de l'éminence thénar doivent toujours être pris par rapport à l'axe soit de la main, soit du pied. Un muscle est réellement abducteur du pouce, quand il écarte le pouce de

l'axe de la main ; il est réellement adducteur du pouce quand il rapproche le pouce de l'axe de la main. Cuvier a fait, il y a longtemps, cette remarque dans son Anatomie comparée ; mais son opinion n'a pas prévalu parmi les anatomistes français, et il en est résulté dans les descriptions une confusion regrettable ;

2° Qu'en ce qui regarde la question de savoir si le court fléchisseur du pouce a deux têtes ou n'en a qu'une, toute discussion à ce sujet serait promptement résolue, en se guidant sur la manière dont Gratiolet envisageait les muscles de l'éminence thénar. Gratiolet considérant ces muscles comme faisant partie des interosseux, rapportait aux interosseux dorsaux tous les faisceaux qui écartent le pouce de l'axe de la main, et aux interosseux palmaires tous ceux qui rapprochent le pouce de cet axe. Dans cette manière de voir, les deux têtes attribuées au court fléchisseur appartiennent chacune à un système différent et, par conséquent, ne peuvent pas être considérées comme formant par leur ensemble un seul muscle.

M. Alix a ensuite fait connaître à la Société l'appareil musculaire que M. Bischoff a découvert et qu'il a désigné sous le nom de *contrahentes digitorum*. Cet appareil se compose de petits faisceaux charnus qui recouvrent immédiatement les muscles interosseux, étant placés entre ceux-ci et l'adducteur transverse. Il y en a un qui se rend au côté cubital de la base de la première phalange du second doigt, où il se fixe avec l'interosseux palmaire de ce doigt; il y en a un qui se rend au côté radial de la base de la première phalange du quatrième doigt, et enfin un qui se rend au côté radial de la base de la première phalange du cinquième doigt, où ils s'insèrent avec les interosseux palmaires; ces faisceaux, par leur extrémité opposée, se fixent à peu de distance les uns des autres sur une aponévrose qui recouvre immédiatement les interosseux. Ce système musculaire se trouve plus ou moins complétement réalisé chez les Singes. Un Mandrill n'avait à la main antérieure que le faisceau du quatrième et celui du cinquième doigt. Au pied, les trois muscles existaient. M. Bischoff a vérifié leur présence sur un Macaque, un Cercopithèque, un *Pithecia hirsuta*, un *Callithrix*, un Hapale. Il a trouvé chez un Hylobate deux fais-

ceaux à la main et deux au pied. Il les a également trouvés chez un Troglodyte, à la main et au pied ; mais il les a inutilement cherchés sur un Orang.

Chez le Chimpanzé d'Aubry, que M. Alix a étudié avec Gratiolet, ces faisceaux charnus n'existaient pas ; mais il y avait des rubans fibreux qui occupaient leur place ; il en était de même chez un Orang que M. Alix a pu examiner dans le laboratoire de M. Paul Gervais, chez un autre Orang qu'il a étudié dans le laboratoire de M. Broca, et chez un jeune Gorille sur lequel M. Milne-Edwards a bien voulu lui permettre de faire cette vérification. L'appareil découvert par M. Bischoff peut donc être retrouvé chez tous les Singes ; mais il y est représenté tantôt par des faisceaux charnus, tantôt par des rubans aponévrotiques.

Séance du 28 juillet 1870.

PRÉSIDENCE DE M. BUREAU.

M. Cazin fait une communication *sur des lois particulières concernant la durée de l'étincelle électrique.*

M. Mannheim communique une lettre de M. Halphen relative à la question *des déplacements en géométrie* (Voy. p. 170).

M. Guillemin expose des résultats d'expériences *sur les courants du premier instant dans les piles inconstantes.* (Voy. p. 171).

Extrait d'une lettre adressée à M. Mannheim par M. Halphen.

« Vous avez, dans une communication faite à l'Académie des Sciences le 9 mai, donné quelques résultats ayant pour objet de

montrer l'utilité des déplacements. Je viens vous rappeler que quelques uns de ces résultats pourraient être obtenus aussi à l'aide d'une formule que j'ai fait connaître à l'Académie le 18 janvier 1869. Parmi les applications que j'ai, à cette époque, données de cette formule, je vous citerai ce théorème : — *Le nombre des normales communes à deux surfaces est égal au produit des nombres des normales qu'on peut mener d'un point à chacune des surfaces, augmenté du produit des nombres des normales contenues dans un plan.* — Le même théorème s'applique aux normales communes à deux courbes, ou à une courbe et une surface.»

Sur la détermination de l'intensité du courant du premier instant dans les piles inconstantes par M. C. Guillemin.

Les éléments à un seul liquide se polarisent avec une telle rapidité, qu'il est presque impossible d'avoir une déviation stable de l'aiguille, quand on fait passer leur courant dans une boussole dont le fil est peu résistant. Dans les premiers moments, la déviation décroît de minute en minute d'une quantité notable.

Généralement, l'emploi de deux liquides n'empêche pas complétement la polarisation; les piles où le métal du pôle positif est plongé dans du sulfate de cuivre font presque seules exception ; ce sont les plus constantes des piles hydroélectriques.

On n'éprouve aucune difficulté pour mesurer l'intensité du courant dans ce dernier cas. Après des oscillations, qui sont complétement éteintes en 30 secondes, l'aiguille conserve une déviation constante pendant des minutes et même des heures entières.

Pour un grand nombre d'autres éléments, après 30 secondes de fermeture de circuit, l'intensité du courant diminue souvent de $\frac{1}{10}$ de la valeur qu'elle présentait au

moment de la fermeture. C'est cette intensité initiale que je suis parvenu à évaluer par un procédé fort simple.

L'expérience démontre que les piles qui se polarisent reprennent, pour la plupart, leur intensité première, quand on ouvre le circuit pendant un temps suffisant, qui varie, suivant le cas, depuis quelques minutes jusqu'à plusieurs heures.

On constate d'abord seulement le fait suivant, à l'aide d'un élément à sulfate de cuivre. Je suppose que cet élément imprime une déviation stable de 20° à l'aiguille d'une boussole, puis qu'on mette un buttoir, tel qu'une petite pièce de bois ou de métal entre l'aiguille et le zéro du cadran, de manière que l'aiguille touche le buttoir, sans cesser de marquer 20° et qu'ensuite on ouvre le circuit pendant cinq minutes pour le fermer de nouveau. On voit alors que l'aiguille ne fait aucun mouvement, parce qu'elle a la déviation qu'elle doit conserver indéfiniment.

Si l'on répète la même expérience, en rapprochant le buttoir du zéro d'une quantité sensible, mais très-petite, l'aiguille reçoit une petite impulsion, quand on ferme le circuit.

Cette expérience montre que, si le buttoir en question maintient tout d'abord l'aiguille à la déviation stable qu'elle aurait si la pile conservait indéfiniment sa force initiale, la fermeture du circuit ne produit aucune impulsion.

On déduit de là que, pour avoir l'intensité correspondante au premier instant de la fermeture du circuit d'une pile inconstante, il faudra maintenir l'aiguille aimantée, au moyen du buttoir, dans la direction présumée où le courant du premier instant doit l'amener. Si en fermant le circuit, par un contact de très-courte durée, l'aiguille reçoit une impulsion, on n'a pas mis le buttoir assez loin du zéro.

On répète ces essais, à des intervalles de temps espacés d'une minute, ou mieux encore de 5 minutes, en poussant chaque fois le buttoir un peu plus loin. Dès que la fermeture du circuit ne poussera plus l'aiguille, on aura la déviation cherchée.

Comme contre-épreuve, il sera bon de ramener, dans ce dernier cas, l'aiguille de $\frac{1}{4}$ de degré vers le zéro. La fer-

meture du circuit devra donner alors une impulsion appréciable.

Je recommande de ne fermer le circuit, chaque fois, que pendant $\frac{1}{4}$ de seconde, afin de ne pas polariser la pile.

Lorsque le courant de l'élément voltaïque inconstant traverse une résistance un peu forte, la polarisation se fait très-peu sentir. Ce fait s'explique assez facilement en admettant que les gaz et le zinc qui se déposent en petite quantité sur le conducteur du pôle positif se dissolvent à mesure qu'ils y arrivent.

Séance du 13 août 1870.

PRÉSIDENCE DE M. DAUSSE.

M. Malaize est nommé membre correspondant.

M. Delanoue remet à la Société, de la part de son savant correspondant M. Cialdi, une nouvelle brochure *sur les causes de l'ensablement de Porto Levante* (Venise).

Séance du 12 novembre 1870.

PRÉSIDENCE DE M. DAUSSE.

M. Laussedat fait une communication *sur un nouveau système de télégraphie.*

M. Berthelot communique les résultats auxquels il est arrivé relativement à *la force de la poudre.*

Séance du 26 novembre 1870.

PRÉSIDENCE DE M. DAUSSE.

M. Berthelot fait une communication *sur les matières explosibles ;*

M. Puel une autre *sur la variole.*

Séance du 10 décembre 1870.

PRÉSIDENCE DE M. LAUSSEDAT.

M. Puel fait une communication *sur les plaies d'armes à feu.*

Séance du 24 décembre 1870.

PRÉSIDENCE DE M. DAUSSE.

M. Desvignes expose à la Société ses idées *sur la construction d'un bateau destiné à naviguer entre deux eaux.*

M. Cazin fait une communication *sur la force d'explosion de la poudre.*

IMP. CENTRALE DES CHEMINS DE FER. — A. CHAIX ET C°, RUE BERGÈRE, 20, A PARIS. — 6540-1.

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS.

Séance du 11 Février 1871.

PRÉSIDENCE DE M. DAUSSE.

MM. LAGUERRE et BERTHELOT font des communications sur les projectiles explosibles.

Séance du 26 Février 1871.

PRÉSIDENCE DE M. DAUSSE.

M. DAUSSE appelle l'attention de la Société sur un rapport de M. le docteur Bertrand, relatif aux balles explosibles prussiennes, imprimé dans le *Figaro* et reproduit par la *Gazette de France* du 30 janvier.

M. LAUSSEDAT fait observer que la description donnée ne prouve en rien que la balle est explosible.

M. LAUSSEDAT décrit la substance contenue dans les tubes incendiaires introduits dans les obus.

M. TRANSON fait une communication relative à cette proposition : les trois angles d'un triangle sont égaux à deux droits.

Séance du 11 Mars 1871.

M. Laussedat décrit le compas aéronautique de M. Janssen, communiqué à l'Académie des Sciences.

M. Riche et M. Laussedat demandent à passer membres honoraires.

Séance du 10 Juin 1871.

MM. Richer et Laussedat, étant membres de la Société depuis plus de dix ans, sont nommés membres honoraires. Une place est donc vacante dans la 1re et une dans la 2e section.

M. Haton de la Goupillière demande à passer membre honoraire.

M. Cazin fait une communication relative à la détermination de la force magnétique des aimants et des électro-aimants (Voy. p. 178.)

M. Transon fait une communication relative au postulatum d'Euclide et aux hypothèses de Lobatchefski. Cette communication est l'occasion d'une discussion entre M. Moutard et M. Transon, sur l'origine de l'idée d'infini.

La séance est levée à dix heures et demie.

Le Secrétaire,
P. Bert.

Sur une nouvelle méthode pour trouver la position des pôles d'un aimant et évaluer son magnétisme en unités mécaniques, par M. Cazin.

Cette méthode n'exige pas la connaissance de la valeur

absolue du magnétisme terrestre, et elle s'applique à toute espèce d'aimants ou d'électro-aimants.

S'il s'agit d'un barreau aimanté, rectiligne, de poids ordinaire, on le suspend verticalement au bassin d'une balance ordinaire et on l'équilibre; puis on dispose au dessous un conducteur voltaïque, formé d'un fil métallique isolé, enroulé plusieurs fois sur lui-même, de manière à constituer un anneau. Le plan de cet anneau est horizontal, et son centre est sur la verticale de l'aimant.

S'il s'agit d'un aimant trop lourd pour être suspendu à la balance ordinaire, ou d'un électro-aimant, on suspend le conducteur annulaire à la *balance électro-dynamique* que j'ai décrite dans les *Annales de chimie et de physique* (T. I. 1864), et on place l'aimant au-dessous, de façon que la ligne des pôles soit sur la verticale du centre de l'anneau, celui-ci étant horizontal.

Lorsque le courant passe dans un sens convenable, il y a répulsion entre l'anneau et l'aimant; on mesure cette force en unités de poids.

Soient : p le poids qui fait équilibre à la force en question,

i l'intensité du courant,

n le nombre de tours du conducteur annulaire,

d la distance du milieu de l'aimant au centre de l'anneau,

r le rayon moyen de l'anneau,

m la quantité de magnétisme concentrée à chaque pôle,

a la moitié de la distance polaire,

k un coefficient constant, dépendant des unités adoptées, on a :

$$p = \frac{2\,n\,k\,\pi\,i\,m}{r}\left\{\frac{1}{\left[1+\left(\frac{d-a}{r}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{\left[1+\left(\frac{d+a}{r}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}\right\}$$

ou simplement

$$p = \frac{2\,n\,k\,\pi\,i\,m\,\mathrm{P}}{r}$$

P désignant la parenthèse, fonction de d et de a. En opérant semblablement avec une autre valeur de d, on a

$$p' = \frac{2nk\pi imP'}{r}$$

Si les distances d, d' diffèrent assez peu l'une de l'autre, pour que la valeur de a soit sensiblement la même dans les deux cas, on détermine cette valeur, en résolvant par tâtonnement l'équation :

$$\frac{p}{p'} = \frac{P}{P'}$$

On tire ensuite m de l'une des équations précédentes.

Je prends pour unité de force *le décigramme à Paris*; pour unité de longueur, *le décimètre*; pour unité de magnétisme celle qui, concentrée en un point et agissant sur une égale quantité concentrée en un autre point à la distance de *1 décimètre*, produit une force de *1 décigramme*; pour unité de courant celui qui dégage *1 milligramme* d'hydrogène en une *seconde*.

En appliquant la méthode précédente à un aimant, dont j'avais déterminé la distance polaire et la quantité de magnétisme par les procédés de Pouillet et de Gauss, j'ai trouvé, avec ces unités

$$Log.\ k = 0{,}2874662.$$

Le coefficient k sert, d'une manière générale, à évaluer en unités de poids l'action mutuelle d'un courant et d'un aimant. Les calculs de ce genre d'action ont pour point de départ la formule élémentaire

$$f = \frac{kimds.\sin\omega}{r^2}$$

ω étant l'angle que l'élément ds du courant fait avec la ligne r qui va de l'élément au pôle magnétique. En

prenant les unités que j'ai désignées plus haut, on obtient la valeur de f en décigrammes de Paris.

Je poursuis en ce moment quelques recherches sur les électroaimants, dont les lois sont presque inconnues. Jusqu'à présent, on n'a mesuré que leur moment magnétique $2ma$, et l'on conçoit que cette fonction soit plus complexe que chacun des facteurs dont elle se compose.

Séance du 24 Juin 1871.

PRÉSIDENCE DE M. LABOULAYE.

Le procès-verbal de la précédente séance est lu et adopté.

La Société reçoit :

1° Une lettre de M. Transon annonçant pour la prochaine séance une communication sur : *l'emploi de l'infini absolu dans les mathématiques.*

M. Delanoue donne quelques explications sur une brochure qu'il offre à la Société : 1° *du rôle des corps gazeux dans les phénomènes volcaniques* ; 2° *mode de formation de quelques roches volcaniques aux environs du Puy en Velay.*

M. Cazin expose ses expériences sur la construction d'un galvanomètre très-sensible et d'une grande simplicité. (Voy. p. 182.)

M. Léon Vaillant présente à la Société la suite de ses observations sur les conditions biologiques dans lesquelles se trouvent les Balanes dans les zones littorales supérieures. (Voy. p. 183.)

La séance est levée à dix heures.

L'un des Vice-Secrétaires,

L. Vaillant.

Sur un nouveau réophore, par M. Cazin.

Les galvanomètres et rhéomètres ordinaires, fondés sur l'action du courant sur un aimant, donnent des indications qui sont à peine proportionnelles à l'intensité du courant. L'électro-dynamomètre de Weber et la balance électro-dynamique que j'ai construite en 1864, donnent les carrés de l'intensité ; ils sont donc bien préférables.

Dans les recherches que j'ai entreprises sur les électro-aimants, d'après la méthode décrite dans la note précédente, les forces que l'on mesure sont à peu près proportionnelles aux carrés de l'intensité du courant. En outre, elles exigent un courant assez intense, et une grande constance de ce courant. Il fallait donc faire usage d'un rhéomètre ayant le même degré de sensibilité que l'appareil mesurant les forces en question, et pouvant servir à maintenir l'intensité constante, à l'aide d'un rhéostat placé dans le circuit. Il importait, à ce dernier point de vue, que ce rhéomètre prît rapidement l'équilibre, afin qu'on pût suivre, le rhéostat à la main, les variations du courant.

J'ai imaginé un appareil très-simple, que tout le monde peut réaliser, à très peu de frais.

Un cylindre de fer doux est suspendu verticalement au fléau d'une balance ordinaire et équilibré. Il est entouré d'une bobine fixe, dont le fil est traversé par le courant, de façon que cette bobine attire le cylindre de fer. Au-dessous, et sur la même verticale, est placé un électro-aimant rectiligne fixe, et le courant le traverse dans un sens tel qu'il repousse le cylindre de fer. De cette manière ce cylindre est en présence de deux forces antagonistes, l'attraction de la bobine supérieure et la répulsion de l'électro-aimant inférieur, et il prend une position d'équilibre stable, qui incline le fléau de son côté. En mettant des poids dans le bassin de la balance, de l'autre côté, on rétablit l'horizontalité du fléau, et les poids sont à peu près proportionnels aux carrés de l'intensité du courant.

Dans mon appareil les poids

949 milligrammes 2651 et 7404

correspondent aux intensités

0.0087 0.0148 et 0.0248

l'unité de courant dégageant 1 milligr. d'hydrogène en une seconde.

Cet appareil est particulièrement commode pour régler le courant. Lorsque l'aiguille du fléau est au zéro, la plus légère variation du courant est immédiatement accusée sans oscillation, et il est très-facile de rétablir l'intensité en agissant sur le rhéostat. Dans un circuit d'une vingtaine de couples de Bunsen, un changement de résistance équivalant à 1 centimètre d'un fil de cuivre de $\frac{1}{3}$ de mill. environ est nettement accusé.

Le même appareil convient à tous les courants, quelle que soit leur intensité; il suffit de modifier les dimensions du fer et des bobines, pour que l'effet magnétique soit appréciable, s'il s'agit de courants très-faibles.

Sur la résistance vitale du Balanus balanoïdes *hors de l'eau*, par M. Léon Vaillant.

En 1869 j'ai déjà eu l'occasion d'entretenir la Société de recherches destinées à apprécier le temps qu'une espèce de Balane, le *Balanus balanoïdes*, pouvait passer hors de l'eau, cet animal habitant une des zones littorales supérieure qui tous les jours découvre et même parfois ne couvre pas.

Au mois d'août dernier j'ai repris ces observations, toujours par le même procédé, c'est-à-dire en notant chaque jour au moment du plein la hauteur à laquelle atteignait l'eau sur l'un des pieux qui protégent le quai du Sillon à Saint-Malo, pieu sur lequel était renseigné par un repère bien visible le point extrême auquel parvient cette Balane.

Je suis parvenu ainsi à m'assurer que pendant cette période de 31 jours le niveau a 19 fois été émergé, 7 fois l'eau a pu l'atteindre en éclaboussant, 5 fois seulement l'immersion a été complète, pendant les cinq derniers jours du mois (il n'est naturellement question que de la marée du jour et non de celle de nuit). On doit conclure de ces faits que le point extrême auquel s'élève ce Crustacé peut être fixé pour Saint-Malo vers 112 ou 115 décimètres au-dessus du 0 des cartes marines des côtes de France. Cette hauteur paraît correspondre assez exactement au niveau des plus basses mers de vives eaux et devrait être regardée comme la limite supérieure de la zone 1 de MM. Audouin et Milne-Edwards.

Ce point une fois déterminé, il est facile de reconnaître par le calcul le temps d'immersion pour une marée donnée. Il paraît être très-court et par exemple pour la plus forte des marées du mois d'avril 1870, celle du 29 au 30, le niveau n'a guère été couvert que 2 h. 5 m. En somme la vie du *Balanus balanoïdes* peut se passer et doit se passer en très-grande partie hors de l'eau. En admettant des conditions certainement trop favorables, plus des neuf dixièmes du temps, l'animal est émergé.

J ai aussi cherché à voir sur des individus mis expérimentalement hors de l'eau, pendant combien de jours la vie pourrait persister. Après une émersion de 44 jours j'ai encore trouvé plus de la moitié (treize sur vingt-quatre) des animaux vivants. J'avais eu seulement la précaution de maintenir ces êtres dans un milieu humide.

Un point resterait à élucider, c'est de savoir quelles sont les modifications anatomiques qui permettent à cette Balane un mode de vie aussi anormal en apparence, c'est une recherche que je n'ai pu encore entreprendre.

Séance du 8 Juillet 1871.

PRÉSIDENCE DE M. MOUTARD.

La correspondance imprimée contient une lettre de faire part de la mort de M. Felice Chiò, professeur d'analyse supérieure à l'Université de Turin, membre correspondant, mort à Turin le 28 mai 1871.

M. Vaillant est chargé d'écrire une notice biographique sur M. Laurent Degousée, membre honoraire.

M. Delanoue signale un congrès préhistorique qui doit avoir lieu à Bologne le 1er octobre prochain.

M. Transon traite de l'emploi de l'infini dans les mathématiques.

M. de Luynes est nommé président pour le 2e semestre de 1871.

M. Paul Bert expose les résultats de recherches qu'il a entreprises, dans l'été de 1870, *sur le mécanisme et la cause de la mort chez les animaux d'eau douce que l'on immerge dans l'eau de mer.*

« Les Poissons meurent en un temps qui varie suivant les » espèces : une Ablette en 15 minutes, la plupart des Cyprins » de 30 à 60 minutes, un Saumon de 12 centimètres en 6 heures, » des Epinoches de 2 heures à un mois et plus (même espèce, » mêmes conditions générales en apparence), les Anguilles (de » même taille) de un jour à un mois et plus.

» Les Poissons meurent avec les yeux cataractés, les branchies » congestionnées et apoplectiques, avec extravasation sanguine. Le » sang des vaisseaux branchiaux est altéré ; tous les globules y » sont déformés ou détruits, ceux du cœur et même de l'aotre » sont presque tous intacts. M. Bert conclut que chez ces ani- » maux la mort a lieu par asphyxie consécutive à l'arrêt de la » circulation branchiale.

« Les Grenouilles périssent en une heure environ ; leur sang » est sain, mais le cœur arrêté ; elles sont desséchées ayant perdu » de $\frac{1}{5}$ à $\frac{1}{3}$ du poids de leur corps. C'est cette dessiccation qui » est, selon M. Bert, la cause de la mort et de l'arrêt du cœur. » M. Bert ne pense pas qu'il y ait chez elles, pas plus que chez » les Poissons, empoisonnement par absorption de certains sels de » mer.

» Mais il est possible que ce genre de mort soit celui des ani-

» maux qui résistent pendant un temps suffisant, et notamment » de ceux qui meurent dans l'eau de mer étendue de moitié » d'eau douce ; il y a là le sujet de recherches plus approfon- » dies.

» Relativement à la substance qui occasionne la mort, M. P. » Bert croit avoir démontré l'influence exclusive des chlorures et » surtout du chlorure de sodium ; il fait voir à ce propos que, » avec un même poids atomique de métal, les chlorures sont » plus à redouter que les sulfates, et que à poids égal de chlore, » le magnésium l'est beaucoup plus que le sodium.

« Il attribue la mort à la puissante action exosmotique de ces » sels. »

M. Rose demande si M. Bert a examiné les animaux microscopiques.

M. Bert répond que oui, mais qu'ils ne lui ont rien fourni de bien intéressant ; ils deviennent un peu opaques et leurs cils cessent de se mouvoir; dans les petits Crustacés, on voit le cœur battre après que tous les mouvements généraux ont cessé.

La séance est levée à 10 heures.

Le Secrétaire,
P. Bert.

Séance du 22 Juillet 1871.

PRÉSIDENCE DE M. TRANSON.

MM. Haton et Alph. Milne-Edwards demandent à passer au rang de membres honoraires.

La Société décide que les Comptes-Rendus des deux années 1870 et 1871 seront fusionnés en un seul volume.

M. Vaillant fait une communication sur la structure de la trompe de certaines Némertes. (Voy. p. 18.)

M. Bert demande si M. Vaillant a vu ces animaux se servir de leur trompe pour attaquer leur proie.

M. Vaillant a vu des Némertes lancer leur trompe, mais sans avoir pour but de s'emparer de quelque proie.

M. Bert fait une communication sur la composition de l'air confiné dans lequel sont morts des animaux, quand cet air est comprimé à plusieurs atmosphères. (Voy. p. 189.)

La séance est levée à 10 heures.

Le Secrétaire,
P. Bert.

Sur l'appareil stylifère de quelques Némertiens, par M. Léon Vaillant.

On sait que les naturalistes sont encore aujourd'hui partagés sur la question de savoir quels rapports existent entre les différentes parties de l'appareil stylifère des *Nemertinea enopla*. Les uns, avec M. de Quatrefages, admettent que les lames contenues dans les poches latérales viennent remplacer celle du stylet central lorsque celle-ci est hors d'usage. D'autres, comme Claparède, pensent au contraire que les poches reçoivent les lames tombant du stylet. Enfin, une dernière opinion est que les poches et le stylet sont des appareils absolument indépendants, suivant l'idée de Kefers-tein.

Au mois de février 1871, j'ai observé très-clairement sur la *Nemertes balmea*, Quatr. un canal qui, des poches stylifères, se rend directement vers la partie moyenne du manche du stylet. Ce canal, transparent comme les poches elles-mêmes, débouchait dans cet espace de même nature qui entoure le manche et que l'auteur de l'espèce a parfaitement décrit et figuré.

Cette remarque me porta à penser qu'on pourrait peut-être trouver sur d'autres animaux du même groupe une disposition semblable ; ce fut cependant au mois de mai seulement que je pus observer quelque chose d'analogue. L'animal qui fit l'objet de cette seconde observation appartenait à une autre espèce, le *Polia baculus*, Quatr. Ici le canal de la poche stylifère, au lieu de se diriger en travers, marche obliquement en avant et en dedans vers le cul-de-sac terminal de la portion extroversile de la trompe. Au premier abord il me parut déboucher en ce point suivant la description de Claparède. Un fait cependant me frappa, c'est que, dans les mouvements de l'organe, ce canal ne paraissait pas suivre la paroi du cul-de-sac, ce qui aurait dû cependant avoir lieu s'il y aboutissait.

Après un examen plus attentif, et surtout en employant successivement des grossissements de plus en plus forts, qui permettent de mieux reconnaître sur ces parties délicates la superposition réelle des organes, j'ai pu reconnaître que les

canaux, au lieu de déboucher librement dans la partie profonde de la portion extroversile restant dans la paroi de la trompe, se recourbent en arrière, se rapprochent et se réunissent en un orifice commun à la partie antérieure de la portion centrale de l'appareil pour se confondre avec les couches transparentes qui entourent celle-ci, lame et manche. Cette disposition se voit surtout nettement, lorsque, dans certaines positions, les poches styligères, leurs canaux et le stylet étant reportés en arrière, ces différents organes se détachent en plus clair sur les parties musculaires qui les entourent. Dans le cas contraire, la ténuité du canal empêche de bien distinguer son trajet sur les papilles glandulaires de la portion extroversile et ils paraissent déboucher directement dans celle-ci.

D'après ces observations, on peut regarder comme certain qu'un trajet est directement établi entre le stylet central et les poches styligères. L'opinion de Keferstein doit donc être regardée comme peu probable. Quant à savoir si les stylets latéraux viennent remplacer le stylet central, ou si, au contraire, ce dernier, hors de service, vient tomber dans les poches styligères pour y être résorbé, c'est ce qu'il est difficile de décider en l'absence d'observations directes. Cependant, en ayant égard à cette considération qu'on ne connaît pas dans tout le règne animal d'exemple de ces odontoïdes devenus inutiles et étant réemployés, même avec absorption, par l'organisme; qu'au contraire, les cas dans lesquels des crochets vénénifères, par exemple, arrachés ou tombant naturellement sont remplacés par la substitution d'autres organes semblables en réserve, on est conduit à regarder l'opinion de M. de Quatrefages comme ayant pour elle les plus grandes probabilités. Toutefois, il faut remarquer que, dans les cas auxquels je fais allusion, ces odontoïdes de remplacement ne viennent pas se rendre à leur nouvelle place comme une sorte de corps étranger formé en un point et se rendant à un autre après avoir rompu toute connexion avec l'organisme, ce qui semblerait cependant être le cas pour les Nemertes, objection dont la valeur ne permet d'accepter cette manière de voir qu'avec une grande réserve.

Sur la composition de l'air confiné dans lequel meurent des animaux, quand cet air est comprimé à plusieurs atmosphères, par M. Paul Bert.

Les animaux qui ont été mis en expérience sont des Moineaux ; le récipient à air comprimé a un litre de capacité. Quelle que soit la pression, les oiseaux y périssent à peu près dans le même temps (environ 3 heures). On peut sans danger ramener brusquement un oiseau de 7 atmosphères à la pression normale ; si cependant il était déjà près d'asphyxier, la décompression le tue en provoquant le dégagement de gaz dans les cavités *droites* du cœur.

A la pression normale, l'air dans lequel succombe l'animal contient, en moyenne : CO^2 16; O 3,5; — à 1 $\frac{1}{2}$ atm. CO^2 15,2 ; O 2,6 ;—à 2 atm. CO^2 13,7 ; O 5;— à 2 $\frac{1}{2}$ atm. CO^2 11,2 ; O 8,5; — à 3 $\frac{3}{4}$ atm. CO^2 7,2 ; O 11,1 ; — à 5 atm. CO^2 5,6 ; O 13,8 ;— à 7 atm. CO^2 4; O 15,9; — à 9 atm. CO^2 3; O 17,3.

Si l'on multiplie le chiffre qui exprime le nombre des atmosphères par celui qui est relatif au CO^2, on obtient : 16; 23,25 ; 27,4; 28,25 ; 27 ; 28; 28; 27, c'est-à-dire (en négligeant momentanément les deux premiers) des nombres qui oscillent de 27 à 28.

Or, un oiseau confiné jusqu'à la mort dans une atmosphère d'oxygène pure périt lorsqu'elle contient 25 à 30, en moyenne 28 p. 100 de CO^2. Dans ces conditions, le sang veineux de l'animal est rouge (comme celui des animaux morts dans l'air comprimé) et contient évidemment beaucoup d'O : il périt, comme l'a autrefois montré M. Cl. Bernard, parce que, sous la pression des 28 centièmes du CO^2 extérieur celui qui est dans le sang ne peut plus s'échapper.

Or, cette pression de 28 correspond, dans les limites habituelles des différences expérimentales, aux 13,7 à 2 atm., aux 5,6 à 5 atm., etc. Ainsi, un oiseau périt lorsque le CO^2 contenu dans son sang est en quantité telle qu'il fasse, dans les conditions de l'osmose pulmonaire, équilibre à la pression de 28 p. 100 de CO^2 contenu dans l'air extérieur : notons, bien entendu, qu'il y a dans ses

vésicules pulmonaires une proportion de CO^2 supérieure à 28 centièmes.

J'ai autrefois indiqué à la Société le résultat d'expériences analogues faites sur l'air dilaté. Or, on peut en tirer, relativement à l'oxygène, des conclusions du même ordre. Je rappelle ici quelques chiffres. A 76c, l'air confiné où l'animal périt ne contient plus que 3,5 p. 100 d'O; à 55c de pression, il contenait 4,5 ; 5,4 à 47c; 7,4 à 37c; 8,7 à 30c; 11,2 à 26c; 12,8 à 19c,7.

Si l'on écrit, par exemple, la proportion $76 : 37 = 7,4 : x$, x représente la valeur à 76c de pression de 7,4 d'O à 37c. Or $x = \frac{37 \times 7,4}{76} = 3,6$. En faisant le même calcul avec les autres chiffres, on arrive à des nombres ayant pour moyenne 3,5. Nous pouvons donc dire qu'un animal périt lorsque l'oxygène de son sang artériel est en si faible quantité qu'il ne peut plus faire équilibre qu'à la pression de 3,5 d'oxygène contenu dans l'air extérieur.

On voit, en définitive, qu'en considérant les diverses pressions inférieures et supérieures à la pression normale, c'est aux environs de celle-ci, ou, pour mieux dire, c'est au-dessus de celle-ci que les animaux sont le plus capables d'épuiser l'oxygène de l'air avant d'y périr. La région barométrique comprise entre 1 et 2 atm. mérite donc une étude sérieuse et spéciale. C'est, pour le dire en passant, celle qu'on a pu appliquer, avec tant de succès, à la thérapeutique.

Nous pouvons résumer tous ces résultats dans les formules suivantes : un animal maintenu dans un vase clos y périt : 1° par privation d'O. (asphyxie), quand la pression est d'une atmosphère et au-dessous ; 2° par excès de CO^2 (empoisonnement), quand elle est de 2 atmosphères et au-dessus ; 3° à la fois par asphyxie et par empoisonnement, pour les pressions intermédiaires à 1 et 2 atmosphères.

Séance du 12 Août 1871.

PRÉSIDENCE DE M. TRANSON.

M. Jobert fait une communication sur les organes tactiles des Poissons.

M. Vaillant fait remarquer qu'il serait intéressant, comme d'ailleurs M. Jobert paraît l'avoir cherché, de reconnaître quelles sont les relations à établir entre les habitudes des Poissons et la disposition de ces appareils.

M. Vallès fait une communication sur la propriété dont jouissent certains nombres premiers d'être égaux à des sommes ou à des différences de carrés, ou des multiples de carrés.

La séance est levée à 10 heures et demie.

L'un des Vice-Secrétaires,

L. Vaillant.

Sur la propriété dont jouissent certains nombres premiers d'être égaux à des sommes ou à des différences de carrés ou de multiples de carrés, par M. F. Vallès.

La propriété dont jouissent certains nombres premiers d'être égaux à des sommes ou à des différences de carrés ou de multiples de carrés n'a été, pour ainsi dire, qu'entrevue; on en a cité quelques exemples, mais en nombre très-restreint : or, c'est là une propriété analytique qui est susceptible d'une très-grande généralisation.

On établit dans les ouvrages d'algèbre que tout nombre premier qui, diminué d'une unité, est divisible par 4, est égal à la somme de deux carrés. On a aussi constaté que tout nombre premier qui, diminué d'une ou de trois unités, est

divisible par 8, est égal à la somme d'un carré et du double d'un carré. Mais je ne sache pas qu'on soit allé au-delà.

Le but de cette note est d'indiquer combien sont plus étendues les propositions de cet ordre ; et il me suffira, pour faire apprécier l'utilité de ces propositions, de dire qu'elles sont d'un très-grand secours pour résoudre en nombres entiers les congruences de la forme $x\theta = \rho \pmod{p}$ le reste ρ étant quelconque.

Je ne saurais dans cette note entrer dans le détail des démonstrations des faits que je veux faire connaître, je me borne à présenter ici l'énoncé des théorèmes, me réservant d'en exposer plus tard la justification.

Théorème Ier. Celui-ci est connu depuis longtemps. Je le rappelle pour mémoire et afin de compléter l'ensemble des faits de cet ordre.

Il consiste en ce que tout nombre premier qui, diminué d'une unité, est divisible par 4, est égal à la somme de deux carrés.

Théorème II. Celui-ci est encore connu, il consiste en ce que tout nombre premier qui, diminué de une ou de trois unités, est divisible par 8, est égal à la somme d'un carré et du double d'un carré.

Théorème III. Tout nombre premier qui, augmenté ou diminué d'une unité, est divisible par 8, est égal à la différence d'un carré et du double d'un carré.

Il résulte de la combinaison de ces propriétés que les nombres premiers de l'espèce particulière $8N + 1$ revêtent les quatre formes

$$a^2+b^2,\ a^2+2b^2,\ 2a^2-b^2,\ a^2-2b^2.$$

Je passe aux propositions analogues pour le multiple 3.

Théorème IV. Tout nombre premier qui, diminué d'une unité, est divisible par 3, est égal à la somme d'un carré et du triple d'un carré.

Théorème V. Tout nombre premier qui, augmenté d'une unité, est divisible par 3, est égal à la différence d'un carré et du triple d'un carré.

Ces deux théorèmes comprennent tout ce qui concerne le facteur 3 puisque, par rapport à ce facteur, les nombres pre-

miers ne peuvent être que de la forme $3N+1$ ou $3N-1$.

Théorème VI. Tout nombre premier qui, augmenté ou diminué d'une unité, est divisible par 5, est égal à la différence d'un carré et du quintuple d'un carré. Ceci est sans exception.

Théorème VII. Lorsqu'un pareil nombre est en même temps de la forme $8N+1$ ou $8N+5$, il jouit en outre de la propriété d'être égal à la somme d'un carré et du quintuple d'un carré.

Par rapport au diviseur 7, nous pouvons poser les règles suivantes :

Théorème VIII. Tout nombre premier qui, diminué de 1, ou 2, ou 4 unités, est divisible par 7, est égal à la somme d'un carré et du septuple d'un carré.

Théorème IX. Si en même temps ce nombre est de la forme $8N+1$ et $8N+5$, il sera en outre égal à la différence d'un carré et du septuple d'un carré.

Théorème X. Tout nombre premier qui, augmenté de 1, 2 ou 4 unités, est divisible par 7, est égal à la différence d'un carré et du septuple d'un carré, pourvu qu'il soit de l'une des formes $8N+3$ ou $8N+7$.

Nous ne sommes pas encore complétement en mesure de formuler ce qui concerne d'autres diviseurs, mais ce travail est en voie de préparation. On conçoit, au reste, qu'il est à peu près indéfini. Nous croyons en avoir assez dit pour donner une idée de la grande généralité des propositions de cet ordre.

Séance du 28 Octobre 1871.

PRÉSIDENCE DE M. DE LUYNES.

M. L. Vaillant donne lecture du procès-verbal de la séance du 12 août et fait connaître à la Société les différentes publications parvenues pendant les vacances.

La correspondance comprend deux lettres, l'une de M. Delanoue, l'autre de M. Janssen, qui, ne pouvant assister aux séances, demandent qu'on leur accorde des congés.

M. Jobert fait une première communication pour compléter ce qu'il a précédemment exposé à la Société sur les organes tactiles des Poissons. Après avoir rappelé ses recherches sur les nageoires pectorales considérées comme organes du tact, en particulier chez les Gades, recherches qu'il a étendues depuis au *Physis mediterraneus*, cet observateur montre que chez l'*Ophidium barbatum* les prétendus barbillons antérieurs ne sont autre chose qu'une modification des nageoires pectorales. Cette espèce est donc à tort placée parmi les Malacoptérygiens apodes et doit être rapprochée des Gades. (Voy. p. 194.)

Une seconde communication a pour objet l'étude des terminaisons nerveuses dans le grouin du Porc. (Voy. p. 207.)

M. de Luynes expose la suite de ses recherches sur les relations qui existe entre l'orcine et le toluène. (Voy. p. 208.)

M. Laguerre fait une communication sur les propriétés de la cyclide. (Voy. p. 209.)

M. le Président fait remarquer à la Société que plusieurs places sont vacantes dans la seconde et la troisième section, et invite les membres de chacune d'elles à pourvoir au plus tôt au remplacement des membres sortis.

La séance est levée à 10 heures.

L'un des Vice-Secrétaires,

L. Vaillant.

Recherches pour servir à l'histoire des organes du toucher chez les Poissons, par M. Jobert.

(Lecture commencée dans la séance du 12 août et continuée dans celle du 28 octobre 1871.)

Cette question a été relativement très-peu étudiée. Afin d'abréger, nous n'entreprendrons pas ici un historique complet. A mesure que, dans le cours de cette note, nous aurons l'occasion de mentionner quelque travail, nous le ferons soigneusement.

Avec tous les physiologistes actuels, nous donnerons le nom d'organes du toucher à ceux qui, en vertu de la volonté de l'animal, servent *activement* à l'exercice de cette fonction et sont le siége de sensations spéciales. Le tégument externe en général ne sera donc pas ici l'objet d'une description.

Nous considérerons donc comme organes de toucher : les lèvres, les replis labiaux internes ou lèvres internes, dont l'inférieure très-développée chez l'Uranoscope peut être projetée hors de la bouche par l'animal (les barbillons), certaines nageoires et leurs modifications.

La muqueuse de la langue, l'organe palatin des Cyprins, si riche en nerfs et en muscles, la muqueuse qui revêt la face buccale des arcs branchiaux et les petits prolongements osseux mobiles que l'on y observe, ne sauraient être considérés comme organes actifs du toucher.

Des branches nombreuses et très-volumineuses du pneumogastrique s'y distribuent et s'y terminent, il est vrai, mais il est probable qu'ils sont le siége de la sensation gustative.

En terminant cette énumération, n'oublions pas les lamelles branchiales qui ne sont pas non plus des organes du toucher, mais qui doivent être très-sensibles ; leur côté externe se trouve, dans les $\frac{2}{3}$ de leur hauteur, garni de grandes papilles composées, dans lesquelles cheminent des nerfs volumineux venant du nerf pneumogastrique.

Chacune de ces papilles est surmontée d'un organe spécial appelé improprement cyathiforme par Leydig.

Un corps étranger, vivant ou non, ne peut donc venir heurter l'appareil respiratoire sans que sa présence soit immédiatement décelée. Cette disposition des lamelles branchiales dont nous n'avons trouvé nulle part la description, est surtout très-manifeste dans les Cyprins.

Les organes du toucher actif se rencontrent surtout chez les Poissons qui séjournent au fond de l'eau et cherchent leur nourriture dans la vase. Chez quelques-uns, l'organe tactile sert de véritable instrument d'exploration. On sait que c'est à quelques centimètres au-dessous de la surface du fond que se tiennent la plupart des petits animaux destinés à devenir la proie des Poissons; ceux-ci, à l'aide de leurs organes spéciaux, remuent la vase, font fuir leurs victimes qui sont aussitôt sai-

sies. Nous avons pu faire à l'aquarium d'Arcachon de longues et fréquentes observations sur le *Mullus barbatus*, ou Rouget. Ce Poisson, à l'aide de ses barbillons, creuse dans le sable de véritables sillons. Munis d'un puissant appareil musculaire, les organes tactiles s'agitent avec une très grande rapidité ; plus loin nous décrirons leur structure. A l'aquarium du Havre, nous avons également observé des Gades (le *Cod fish* des Anglais), chez lesquels la nageoire ventrale était adaptée au même usage; elle était devenue exclusivement un organe explorateur, appliqué soigneusement le long de l'abdomen durant la locomotion. Sitôt que le Poisson était au fond, ses ventrales, dont les deux rayons extérieurs étaient très-longs, se déployaient, et ces sortes de tentacules allaient remuer les herbes, exploraient les parois du bac, faisaient fuir les petits Crustacés qui, aussitôt, étaient saisis.

Richard Owen dit qu'une Morue aveuglée peut goûter avec son barbillon ; nous verrons plus loin si cette hypothèse peut être soutenue. Les Cyprins de nos eaux ne peuvent, à l'aide de leurs barbillons mous, procéder ainsi ; ils les laissent glisser sur la surface du fond, remuant la vase avec la face inférieure du corps. Plusieurs fois aussi, à la ménagerie du Jardin des Plantes, nous avons observé des Pimelodes (*Pimelodus Catus*), mais ces animaux paraissaient se servir de leurs deux grands barbillons, surtout pour éclairer leur marche, explorer les objets qui se rencontraient au-devant d'eux.

Il est un fait que nous n'avons vu non plus signalé nulle part.

Plusieurs des Poissons que nous avons pu observer ne reposent pas directement sur le sable ou sur la vase, ils restaient des heures entières sans mouvement, appuyés sur leurs nageoires ventrales comme les Vives et les Cottes, par exemple.

Les Pleuronectes eux-mêmes s'appuyaient sur le sol avec leur nageoire circulaire ; la partie antérieure du corps se trouvait ainsi élevée.

Certains Poissons, munis d'organes spéciaux, comme les Baudroies, par exemple, emploieraient ceux-ci comme appât et, suivant certains auteurs, pêcheraient véritablement en s'en servant ainsi. Nous n'avons pu vérifier le fait.

Les différents organes de toucher ont des éléments communs, à savoir les nerfs et le tégument externe.

Le tégument externe n'est jamais recouvert d'écailles.

Il se compose du derme dont la composition, décrite partout, n'a rien de particulier, si ce n'est l'abondance de papilles qui sont ou simples ou composées. Ces papilles sont recouvertes par l'épiderme.

Les cellules les plus profondes de ce tissu ont la forme de longs bâtonnets qui diminuent en longueur à mesure que l'on monte vers la périphérie; vers le tiers supérieur, les cellules sont irrégulièrement arrondies, les plus superficielles sont aplaties.

C'est au milieu de l'épiderme que s'observent ces cellules à reflets graisseux, renflées, appelées cellules muqueuses.

C'est au milieu de l'épiderme également et reposant sur les papilles que se trouvent les organes dits cyathiformes, au centre desquels viennent se terminer les nerfs de la papille.

Cet organe avait été étudié et décrit par M. Grandry et nous, mais nous avions été victimes d'une erreur que nous sommes heureux de pouvoir rectifier.

Les fibrilles variqueuses que nous avions observées étaient de nature épithéliale. Depuis, nous avons pu constater que les nerfs montent au centre de l'organe et s'épanouissent en fibrilles, non à la base, mais environ à la hauteur du quart inférieur. Nous avons dit que les organes de toucher actif étaient riches en nerfs; ils sont tous fournis par la 5e paire, sauf de rares exceptions, dans lesquelles les nageoires pectorales sont transformées. (Trigle.)

Lèvres. — Il suffit d'observer des Cyprins captifs pour voir l'usage qu'ils font de leurs lèvres et se convaincre qu'elles servent au toucher en même temps qu'à la préhension; chez eux et chez tous les Poissons qu'il nous a été donné d'examiner, nous avons trouvé dans ces organes un derme épais, mou, très-riche en fibres élastiques souvent réunies en gros faisceaux. La trame est conjonctive.

Il existe un véritable plexus nerveux sous-papillaire. C'est surtout chez les Gades qu'il est facile de l'observer. Chez ces Poissons, les papilles, qui sont très-longues, donnent aux lèvres un aspect velouté.

En arrière des lèvres se trouvent deux ou trois rangées de grandes papilles. On en trouve d'isolées et flottantes situées entre les dents supérieures et inférieures, ce fait est constant. C'est dans l'*Umbrina cirrhosa* qu'il nous a été donné de trouver leur dimensions maximum.

Ces organes sont très-vasculaires chez les Cyprins et en particulier le Barbeau; la partie profonde offre un aspect spongieux aréolé qui rappelle celui du barbillon. Des boucles vasculaires s'observent dans les papilles à côté des nerfs.

Replis labiaux supérieurs et inférieurs. — Ces replis, suivant Cuvier et Duméril, seraient surtout développés chez les Poissons dont les lèvres sont presque nulles.

Dans les Cyprins le fait est loin d'être démontré. Les lèvres sont molles, épaisses et les replis labiaux très-développés. Ils ont la composition des lèvres, leur superficie est hérissée de papilles disposées par rangées régulières, le bord libre en présente également de nombreuses très-riches en nerfs.

Un Poisson de la Méditerranée, l'*Uranoscopus scaber*, présente un développement considérable du repli inférieur dont la partie médiane s'allonge en languette qui atteint quelquefois jusqu'à 4 centimètres. Cet organe n'a pas de charpente solide; au milieu se trouve une lame conjonctive. Il est très-riche en fibres élastiques dont les faisceaux sont disposés longitudinalement et circulairement. La vascularisation y est extrêmement considérable. Les papilles sont petites, relativement peu nombreuses; les nerfs, moins nombreux et moins gros qu'on ne pourrait s'y attendre.

Cet appareil ne possède aucuns muscles de la vie animale. Nous n'avons aucuns renseignements sur la façon dont le poisson se sert de cette pseudo-langue; ceux que nous avons étudiés étaient conservés depuis longtemps dans l'alcool et altérés; nous n'avons pu nous en procurer d'autres jusqu'alors.

Barbillons.— Il suffit de jeter un coup d'œil sur les Poissons à barbillons pour voir qu'il faut immédiatement diviser ces organes en deux catégories.

Les uns sont mous, les autres rigides, munis d'une charpente osseuse et d'un appareil musculaire.

Comme nous le verrons plus loin, certains Poissons possèdent les deux sortes d'organes.

Barbillons mous. — Chez certains Poissons, le Squale-Ange par exemple, ces appendices semblent être de véritables prolongements labiaux.

On y retrouve l'épiderme très-épais formé de plusieurs couches de cellules, où les cellules muqueuses abondent. Au milieu de l'épiderme, de grandes papilles cupuliformes. Le derme est épais, parcouru par des vaisseaux, mais le centre du barbillon est formé par du tissu conjonctif très-dense formant un feutrage épais.

Chez le *Peristidion Mallarma*, les petits barbillons offrent à leur centre un tissu dont l'aspect rappelle le tissu de la *notocorde.*

Nous rappellerons que, suivant leur position, les organes que nous étudions ont reçu les noms de médians quand ils sont placés sous la mâchoire inférieure, labiaux quand ils suivent le bord inférieur de la mâchoire.

Les supérieurs sont nasaux quand ils naissent de l'ouverture des narines ; les angulaires se trouvent à l'angle de l'ouverture de la bouche ; les incisifs occupent le bord des os de ce nom.

Les barbillons mous des Cyprins offrent une disposition fort remarquable.

Chez le Barbeau, que nous prendrons comme exemple, si nous explorons de l'extérieur à l'intérieur, nous trouvons un épiderme extrêmement épais, très-résistant, et sur de grandes papilles logées au milieu on voit des organes cyathiformes allongés. Ces papilles sont composées.

Le derme est épais, formé de fibres élastiques et de gros faisceaux de fibres lamineuses.

Sous le derme proprement dit, au milieu d'une trame conjonctive, se voient des faisceaux de tubes nerveux et les vaisseaux.

Au-dessous de cette zone se trouve une couche épaisse formée par de gros faisceaux de fibres dirigés circulairement et longitudinalement. Au centre du barbillon se trouve une cavité vue déjà par Desmoulins et Magendie, et comparée par eux aux corps caverneux des Mammifères. Cette cavité est aréolée, divisée par des cloisons de fibres élastiques et tapissée par une membrane très-mince, très-friable, de tissu conjonctif, dont les éléments fusiformes à gros noyaux en granulations bril-

lantes se dissocient très-facilement. Cette cavité est remplie de sang noir veineux; les aréoles ne sont autre chose que des capillaires dilatés. A la partie supérieure de l'organe se trouve une poche que l'on trouve toujours remplie de sang. A côté de cette cavité sanguine se trouve le gros nerf central du barbillon qui provient de la cinquième paire. Chaque organe tactile reçoit dans le Barbeau deux nerfs; l'un très-volumineux, central, l'autre grêle, que nous avons déjà signalé tout à l'heure.

Une composition anatomique se retrouve dans les divers appendices du même genre qui existent chez les autres Cyprinoïdes. Chez les Loches, les papilles sont simples.

Je les ai trouvées de même chez la Carpe.

Chez les Loches, chacun des barbillons reçoit également deux branches nerveuses ; l'une centrale, l'autre superficielle, provenant des ramifications de la cinquième paire.

Chez les Goujons, les Tanches, etc., nous retrouvons des dispositions analogues.

Les barbillons nasaux offrent également une composition anatomique semblable; on les trouve surtout développés chez les Motelles. Le tissu conjonctif est déjà assez dense au centre pour que ces prolongements restent dressés.

Ils existent à l'état de rudiment chez nos Cyprins; leurs nerfs viennent de la cinquième paire.

Chez la Blennie tentaculaire, c'est la branche ophtalmique de la 5e paire qui innerve l'organe placé au-dessus des orbites. Le tissu conjonctif y est très-dense, mais on n'y retrouve pas une vascularisation semblable à celle des Cyprins.

Dans les Siluroïdes, les barbillons nasaux et les sous-maxillaires offrent des dispositions analogues.

Les papilles y sont énormes, et chez les Saccobranches des muscles rétracteurs, prétracteurs, adducteurs et abducteurs, leur impriment des mouvements. C'est le seul Poisson où nous ayons observé des muscles; rien de semblable n'existe dans les Silures et les Pimelodes.

Nous avons pu aussi étudier à l'aquarium d'Arcachon l'*Umbrina cirrhosa.*

Le bouton qui se trouve sous la mâchoire inférieure peut être considéré comme un barbillon médian. Dans les deux sujets que nous avons examinés, l'organe avait à très-peu

de chose près la composition du barbillon mou. La zone conjonctive interne était très-épaisse ; au centre existait une cavité sanguine ; les papilles du derme étaient très-hautes, et deux énormes nerfs venant de la branche maxillaire inférieure venaient s'y distribuer. Chez les Labres et les Crenilabres, les lèvres protractiles semblent jouer le rôle de véritables barbillons ; elles sont très-riches en nerfs.

Barbillons rigides. Nous avons réservé ce nom à ceux de ces appendices qui possèdent un squelette.

Trois genres de Poissons peuvent être examinés à ce point de vue : les Gades qui ont un barbillon médian ; les Mulles et les Upeneus, enfin les Siluroïdes.

Gades. — Le barbillon médian des Gades offre à considérer :

Au centre, un os qui paraît être, de prime abord, une dépendance des os dentaires ; il est situé à la symphyse, et si l'on cherche à séparer les deux portions symétriques de la mâchoire inférieure, l'os se divise lui-même en deux parties symétriques.

Une couche de tissu conjonctif dense l'enveloppe, deux branches du nerf maxillaire inférieur viennent à droite et à gauche se ramifier dans le derme ; les papilles sont nombreuses, élevées et l'épiderme épais.

A la base, s'insèrent deux prolongements aponévrotiques qui vont s'élargissant et s'appliquent le long de la face interne du muscle abaisseur des mâchoires, qui est en même temps rétracteur du tentacule.

La disposition qui vient d'être décrite est la même dans toutes les *Gades.*

Mulles. — Chez les Mulles l'appareil devient plus complexe.

Le squelette est formé par l'os du barbillon proprement dit, divisé lui-même en deux parties bien distinctes et par la réunion des os désignés par M. Richard Owen sous les noms de épihyal, cératohyal, basyhyal et glossohyal, c'est-à-dire une partie de l'appareil hyoidien, plus un de ses appendices, le troisième rayon branchiostège.

L'os du barbillon est réuni à l'appareil hyoidien par une pièce cartilagineuse, un ligament articulaire réunit également ces deux parties du squelette.

L'appareil est mu par quatre muscles.

L'un qui tire le barbillon directement en arrière, inséré par un long tendon au bord postérieur de l'os du barbillon; il prend son point fixe le long du bord du troisième rayon branchiostège.

Son antagoniste s'insère au-dessus de lui, à l'os épihyal ; son tendon passe par un trou de l'os épihyal et vient s'insérer en haut et en avant de la tête de l'os ; il est extenseur.

Deux petits muscles, très-charnus, s'insèrent dans une grande fossette osseuse située sur les parties latérales de l'os de la langue et font mouvoir l'appareil à droite et à gauche. Leur insertion mobile étant située sur les parties latérales de la tête de l'os du barbillon, ils élèvent aussi le barbillon.

Un nerf énorme provenant de la réunion d'une partie des fibres de la branche maxillaire inférieure avec la branche operculaire se distribue aux muscles et au barbillon.

Les corps terminaux y sont en grand nombre et très-grands, ils se voient à l'œil nu. On en a vu qui mesuraient un dixième de millimètre.

Siluroïdes. — Chez ces Poissons, outre les barbillons nasaux et sous-maxillaires, il existe deux de ces organes très-longs et dont nous avons décrit l'usage.

Ils ont un squelette formé de deux os articulés qui, suivant certains auteurs, seraient le maxillaire modifié. On peut facilement se rendre compte des mouvements de ces organes en étudiant leurs muscles.

L'un, très-épais, s'insère au fond de l'orbite et tire le barbillon en arrière, en dehors et en bas; son antagoniste s'insère également dans l'orbite au-dessus, mais il est divisé en plusieurs faisceaux très-distincts qui permettent d'élever l'organe et de le ramener en dedans et en avant.

Entre le *Silurus glanis*, le Pimelode et le Saccobranche il n'existe que très-peu de différences : elles portent sur la forme extérieure des os que nous ne pouvons décrire ici.

NAGEOIRES. — M. Richard Owen et les physiologistes considèrent les nageoires comme pouvant recevoir des impressions tactiles. Cette hypothèse est-elle justifiable?

La connaissance anatomique de la nageoire va nous l'apprendre. Chaque rayon de nageoire reçoit des nerfs qui viennent se placer à sa droite et à sa gauche. Il existe quatre

branches, deux superficielles et deux profondes. Les deux rayons externes de la nageoire reçoivent des nerfs doubles en volume au moins de ceux qui se trouvent au côté interne. Ces papilles se rencontrent aussi au bord libre mais surtout développés à mesure que l'on approche du bord externe.

Les extrémités des rayons osseux, terminés en apparence en pinceaux, présentent une disposition très-remarquable du tissu conjonctif sous-dermique; il a gardé les caractères du tissu conjonctif de l'embryon. On voit à côté les uns des autres, placés bout à bout et quelquefois anastomosés, des éléments fusiformes à grands noyaux, offrant des granulations brillantes. Ces éléments sont facilement isolables; plus haut ils ne le sont plus et l'on rencontre de semblables fibres lamineuses.

Le nombre des papilles où cheminent les nerfs pour aller se terminer dans l'épiderme est trois fois plus considérable qu'à la partie interne. Il n'est donc pas étonnant que, chez les Cyprins, les parties extérieures de la nageoire soient plus sensibles, les papilles des nageoires ont été vues en Allemagne, mais leur nombre et le volume des nerfs ont échappé aux anatomistes d'outre-Rhin.

Chez les Poissons jugulaires la nageoire s'est déjà transformée. Les deux rayons extérieurs devenus antérieurs sont allongés, tentaculiformes. La nageoire a, au contraire, perdu en largeur; dans plusieurs de ces Poissons, la branche récurrente du trijumeau, signalée par Weber, vient s'anastomoser avec les nerfs spinaux venus de la deuxième et troisième paire et se distribuer surtout dans les deux rayons antérieurs qui sont hérissés de papilles cupuliformes. Nous avons vu plus haut quel était le résultat de nos observations sur les animaux vivants. Déjà chez les Gades cet organe ne sert plus à la natation, mais à l'exploration. La branche récurrente du trijumeau, toujours en relation par un filet anastomotique avec la huitième paire, donne-t-elle à ces organes une sensibilité spéciale ? nous l'ignorons, n'ayant pu faire de vivisections.

Mais déjà chez la Loche, où cependant les nageoires ne sont pas modifiées dans leur forme, ce nerf envoie des filets en arrière qui se distribuent à la nageoire dorsale, le

long de la ligne latérale au-dessus de la branche latérale de la huitième paire, à la nageoire pectorale, à la ventrale, à l'anale et à la queue.

Nous avons donc, dans les Poissons jugulaires, assisté, chez les Gades, à une première transformation de la nageoire ; l'observation peut être poussée plus loin. Dans les Gades du genre Physis, la ventrale devenue jugulaire paraît réduite à un long filament fourchu ; la dissection montre que c'est bien encore une ventrale. Ce filament est formé par la réunion de six os assemblés par paires et constituant trois rayons de nageoires. L'appareil est muni de muscles et chaque rayon possède, comme les nageoires ordinaires, les siens propres.

La branche récurrente vient se distribuer dans l'organe après s'être anastomosée avec les branches spinales.

Chez l'*Ophidium barbatum* de la Méditerranée, que Cuvier classe parmi les Apodes et que cependant M. Gunther a classé parmi les Gades, on peut voir que les quatre barbillons situés sous la mâchoire inférieure ne sont pas autre chose que les nageoires ventrales qui ont subi un dernier déplacement.

La partie de l'humérale appelée coracoïdienne s'est allongée et forme avec sa symétrique un arc à l'extrémité duquel se retrouve l'os du bassin, les rayons des nageoires articulés avec lui ayant conservé leur apparence d'articles placés bout à bout.

L'appareil possède des muscles qui s'insèrent d'une part, soit à l'huméral proprement dit, soit à sa portion coracoïdienne. Chaque rayon possède, comme dans les nageoires, des muscles qui lui permettent de se mouvoir en tout sens.

Les nerfs qui se distribuent à l'organe viennent de la branche récurrente du trijumeau et de la branche spinale. Ces derniers naissent de la moelle épinière, en arrière des nerfs de la nageoire pectorale, passent sous l'os huméral, suivent le bord du muscle rétracteur de la nageoire, s'anastomosent avec la branche trigéminale et se distribuent à l'organe. — Le derme de ces rayons est hérissé de papilles. Dans ces Poissons, la transformation de l'appareil de motilité en appareil tactile est complète, et cependant tous les caractères de la nageoire sont conservés.

Nageoires pectorales. — Les Poissons chez lesquels les organes tactiles proviennent de cet organe transformé sont peu nombreux. Nous n'avons pu étudier que les Trigles.

Les trois rayons inférieurs des nageoires pectorales sont libres chez ces animaux ; le squelette a été décrit ainsi que les muscles par M. Deslonchamps, de Caen, qui le premier a observé des Trigles vivants. Il n'a pas insisté, cependant, sur un fait qui frappe, de prime à bord, tout observateur. Le Trigle emploie ces rayons aussi comme organe de locomotion et il marche tenant ces organes ployés. Les muscles abaisseurs du rayon sont en même temps destinés à faire rapprocher du tronc un des deux os formant le rayon, de sorte que l'appareil est fléchi d'énormes nerfs qui, prenant leur origine dans des renflements spéciaux situés à la partie supérieure de la moelle, viennent se distribuer dans l'appareil et se perdre, après avoir formé des plexus sous-dermiques très-complexes, dans l'épiderme. Il existe, comme dans les autres Poissons, de petites papilles dermiques au milieu de l'épiderme ; on y voit cheminer les nerfs.

Les organes ont conservé leurs caractères de rayons de nageoires dans la disposition des nerfs et dans la terminaison de leurs os. Entre les deux parties osseuses, se développent des éléments fusiformes très-longs et qui donnent à toutes les nageoires une terminaison apparente en pinceau. La terminaison réelle des rayons proprement dits est mousse, les os vont s'amincissant en biseau et se terminent en demi-cercle. Une disposition intéressante et qu'il est très-utile de signaler, c'est la présence d'un énorme ganglion du grand sympathique qui envoie deux ou trois filets qui se perdent dans les nerfs destinés aux rayons libres. Ce ganglion est réuni avec son symétrique par un très-beau connectif.

Nageoire dorsale. — Les mêmes dispositions des nerfs par rapport aux rayons, les terminaisons, les papilles se retrouvent comme dans les ventrales, les pectorales. Chez tous les Cyprinoïdes le bord libre de la nageoire est garni de papilles cupuliformes. Dans les Baudroies cet appareil subit une modification remarquable. Les rayons sont isolés, et les deux premiers, munis de leurs os interépineux

s'avancent sur le crâne et forment un appareil désigné sous le nom de filaments pêcheurs.

Ces filaments se terminent par une sorte de petite langue, molle ; — des muscles nombreux, déjà étudiés par M. Bailly, font mouvoir cet appareil, mais, selon nous, cet auteur a décrit plusieurs muscles qui ne sont que des faisceaux différents d'un même organe contracteur. Les nerfs, comme dans les rayons ordinaires, cheminent de chaque côté des os et se perdent dans l'extrémité molle au centre de laquelle se trouve une cavité sanguine.

La trame est surtout formée de grandes fibres de tissu lamineux. Les papilles dermiques sont petites, difficiles à apercevoir et relativement peu nombreuses ; les nerfs y cheminent et se perdent dans l'épiderme.

Grâce à leurs articulations, les rayons libres peuvent décrire à l'aide de leurs muscles les mouvements les plus variés.

Le rayon antérieur possède de chaque côté deux muscles tous deux très-charnus, très-volumineux, qui le tirent l'un en bas et en dehors, tandis que l'autre le relève en dedans et en haut. Le rayon postérieur a des muscles plus nombreux : deux, très-longs et grêles, ont pour but de coucher le rayon sur la tête, le tirent en arrière d'un antagoniste, le relèvent ; deux petits muscles paraissent destinés à renforcer les fléchisseurs ; de chaque côté deux muscles larges et minces divisés en plusieurs faisceaux distincts, mais non séparés, font exécuter au rayon les mouvements de latéralité ; enfin, un muscle spécial s'insère sous l'os interépineux et tire l'appareil entier en avant par action simultanée avec son symétrique.

La Baudroie n'est pas seulement remarquable par la disposition de sa nageoire, elle offre à considérer dans les diverses parties du corps, sous la mâchoire, le long de la ligne latérale, de petites papilles flottantes qui sont des organes érectiles comme les barbillons mous. Au centre se trouve une cavité sanguine veineuse. Il existe des nerfs assez volumineux qui viennent se perdre dans l'organe.

C'est surtout à la face inférieure de ces barbillons flottants que se trouvent développées les papilles dermiques.

Sur l'extrémité du grouin du Porc considéré comme organe du toucher, par M. Jobert.

Tout le monde a vu des Pourceaux fouiller le sol à l'aide du grouin afin de rechercher leur nourriture; j'ai cherché à me rendre compte des dispositions anatomiques de cet organe et j'ai obtenu les résultats suivants :

L'épiderme est très-épais, composé à sa surface de grandes cellules aplaties et polygonales par pression réciproque; la couche de Malpighi offre les cellules rondes que l'on trouve habituellement.

Au milieu de l'épiderme s'élèvent de grandes papilles dont les unes sont presques filiformes.

Sur une coupe bien faite on aperçoit des poils courts, volumineux, qui font saillie de un centimètre environ au dehors, on peut les apercevoir à l'œil nu.

Ces poils offrent tout à fait la disposition observée dans les poils ou vibrisses observés dans les lèvres des Mammifères, et étudiés par Gegenbauer et avant lui par MM. Andral et Gratiolet, en France.

De gros nerfs à moelle viennent se mettre en communication avec la base du bulbe ; ils se dissocient, offrent des bifurcations très-intéressantes de leurs fibres ; — on observe très-facilement sur ces poils la cavité sanguine signalée dans les poils tactiles des autres Mammifères.

Outre ce mode de terminaison, on peut constater que dans la partie superficielle du derme à la base des papilles se trouvent des corpuscules à noyaux peu nombreux, allongés, où se terminent des nerfs à moelle.

En outre, des nerfs montent dans les papilles et s'y perdent; dans quelques-unes, j'ai pu constater la présence de petits corpuscules hyalins. Ces papilles sont surmontées d'un épithélium spécial formé d'éléments filiformes analogues à ceux que l'on trouve dans l'épiderme des Poissons. Des filaments nerveux se perdent-ils au milieu de ces fibrilles? Je n'ai pu le constater par aucun des moyens de recherches à ma disposition.

Au milieu du derme et montant jusqu'à la base des pa-

pilles, on peut constater aussi la présence de faisceaux musculaires à fibres striées;—le derme est très-riche en éléments élastiques. La couche profonde contient des aréoles graisseuses et des glandes.

Grâce à ces dispositions, le grouin du Porc doit donc être doué d'une sensibilité très-grande. Cette disposition paraît être spéciale au Porc, on ne la retrouve dans aucun des autres animaux de nos pays.

Sur les relations qui existent entre l'orcine et le toluène, par M. de Luynes.

L'orcine, chauffée vers 400° avec la poudre de zinc, donne un produit volatil qui se compose de trois substances distinctes :

1° Un liquide bouillant vers 110°, qui a donné à l'analyse la composition du toluène ; ce corps donne avec l'acide azotique du nitro-toluène, et avec l'acide chromique, de l'acide benzoïque : c'est donc du toluène ;

2° Un liquide soluble dans la potasse et qui présente l'odeur et les propriétés de l'acide crécylique ;

3° Enfin de l'orcine inaltérée mélangée avec une petite quantité de carbure d'hydrogène. Il est donc possible, au moyen du zinc en poudre, de transformer l'orcine $C^{14}H^{8}O^{4}$ en alcool crécylique $C^{14}H^{8}O^{2}$, et en toluène $C^{14}H^{8}$ par réduction successive.

M. de Luynes, ayant appris que la synthèse de l'orcine avait été obtenue par un élève de M. Wurtz à son laboratoire, donne le résultat de ses recherches pour se réserver le droit de les poursuivre dans le même sens.

Recherches géométriques sur la cyclide, par M. Laguerre.

I

1. La cyclide a été étudiée d'abord par M. Dupin, qui en a découvert les principales propriétés ; depuis elle a été le sujet des travaux d'un grand nombre de géomètres (1). La cyclide est un cas particulier des surfaces anallagmatiques du quatrième ordre, et elle jouit de toutes leurs propriétés. Elle peut être définie ainsi qu'il suit : Etant donnée une conique K et un cercle C doublement tangent à cette conique, la cyclide est l'enveloppe des sphères dont les centres sont situés sur la conique K et qui coupent orthogonalement une sphère quelconque passant par C.

J'appellerai axe de la cyclide la droite Γ menée par le centre de C, perpendiculairement au plan de C et de K.

On sait que la cyclide peut encore être engendrée d'une façon analogue, au moyen d'une autre conique K', ayant les mêmes foyers que la première et située dans un plan perpendiculaire à son plan, et d'un cercle C' doublement tangent à K'; la corde des contacts est d'ailleurs l'axe Γ dont j'ai parlé ci-dessus. La droite Γ' menée par le centre du cercle C', perpendiculairement à son plan, se confond avec la corde de contact de C et de K; c'est le second axe de la surface.

2. Soit une sphère S arbitrairement tracée dans l'espace et M son centre ; il est facile d'avoir son intersection avec la cyclide. En effet, par C faisons passer une sphère coupant orthogonalement S ; son centre O sera par conséquent sur l'axe Γ. Considérons le cône ayant pour sommet le point M et pour base K, et menons par le point O le cône supplémentaire de celui-ci (c'est-à-dire le cône dont les génératrices sont per-

(1) Voir notamment dans les *Nouvelles annales de mathématiques*, T. XIX, un mémoire de M. Mannheim sur l'application de la transformation par rayons vecteurs réciproques à l'étude de la cyclide.

pendiculaires aux plans tangents menés au premier cône). Ce cône coupera la sphère S suivant l'intersection cherchée; remarquons maintenant que, si le centre de la sphère reste fixe, pendant que son rayon varie d'une façon arbitraire, ce cône supplémentaire reste identique avec lui-même et ne fait que se déplacer dans l'espace; qu'en outre, les considérations que j'ai développées au sujet de la conique K s'appliquent à la conique K'; on déduira de là facilement les conséquences suivantes :

« Etant données une cyclide et une sphère, ces deux surfaces se coupent suivant une courbe du quatrième ordre, suivant laquelle on peut mener quatre cônes, deux des sommets de ces cônes sont respectivement situés sur l'axe Γ et sur l'axe Γ'.

Si, laissant le centre de la sphère fixe, on fait varier son rayon, les deux cônes, dont les sommets sont situés sur les axes, se déplacent parallèlement à eux-mêmes, en conservant la même forme, leurs sommets décrivant les deux axes de la surface.

Si l'on coupe la surface par une sphère ayant pour centre un point d'une des coniques K et K', on peut par la courbe d'intersection faire passer un cône de révolution dont le sommet est sur l'autre conique.

En particulier, si l'on considère une des sections circulaires de la surface, toute sphère qui la contient coupe la surface suivant un autre cercle; les cônes, qui passent par ces deux cercles, ont leurs sommets sur les deux axes de la surface, à moins que les plans des cercles ne passent par l'une de ces droites (ce qui a lieu pour les cercles de courbure).

Si l'on coupe la cyclide par un plan, la section est une anallagmatique qui a quatre pôles principaux de transformation; ces pôles sont les centres des cercles qui contiennent les seize foyers de la courbe; de ces pôles, l'un est situé sur l'axe Γ et l'autre sur l'axe Γ' Les foyers singuliers de cette courbe sont les foyers de la projection sur le plan sécant de la conique K ou de la conique K'). »

3. La cyclide peut être considérée comme une anallagmatique, pour laquelle une des focales se réduit à un système de quatre droites isotropes (nécessairement situées sur une même sphère).

Soient, sur une sphère réelle (ou du moins dont l'équation est réelle), deux points M et M' imaginairement conjugués; par le point M passent deux génératrices G et H de la surface (ce sont des droites isotropes), par le point M' passent deux génératrices G' et H', imaginairement conjuguées des premières.

Toutes les surfaces anallagmatiques, ayant pour focale l'ensemble des quatre droites G, H, G' et H', sont des cyclides homofocales.

A cette focale se rattache un groupe de sections circulaires (1) qui se subdivise lui-même en un groupe (G) représentant les divers points des droites G et G' et en un groupe (H) représentant les points des droites H et H'.

D'un théorème général donné dans ma note *sur l'emploi des imaginaires dans la géométrie de l'espace*, on peut déduire la proposition suivante qui s'accorde avec ce que j'ai dit dans le paragraphe précédent :

« Etant pris un cercle quelconque du groupe (G) et un cercle quelconque du groupe (H), les deux cônes, qui passent par ces deux cercles, ont respectivement leurs sommets sur les axes Γ et Γ'. »

Les cercles des groupes (G) et (H) sont ceux suivant lesquels la surface est coupée par ses plans bitangents.

On peut remarquer que les axes de la surface sont la droite M M' et la polaire de cette droite relativement à la sphère qui contient les droites isotropes qui constituent la focale.

II

4. Ce qui précède conduit à un nouveau mode d'étudier la cyclide. Mais avant d'aborder ce sujet, je crois devoir rappeler quelques-uns des résultats obtenus dans la note déjà citée sur l'emploi des imaginaires dans la

---

(1) Voir dans *l'Institut* et dans le *Bulletin de la Société Philomathique*, avril 1870, ma note: Sur l'emploi des imaginaires dans la géométrie de l'espace.

géométrie de l'espace, et développer quelques points de détail qui s'y rapportent.

Un cercle réel, dans l'espace, détermine deux points imaginaires; ce sont les sommets des deux cônes isotropes qui passent par ce cercle; en fixant le sens dans lequel on suppose ce cercle décrit, il représentera d'une façon précise un de ces deux points.

Un point imaginaire, dans le plan, est déterminé par un couple de points réels; l'ordre dans lequel ces points doivent être pris est également déterminé.

Soit C un cercle quelconque de l'espace, que nous supposons décrit dans un certain sens, et qui représente un point imaginaire, a; projetons ce point sur un plan réel et soit α sa projection. Le point α sera représenté par un couple de points que l'on peut obtenir de la façon suivante :

« Supposons un spectateur placé au-dessus du plan de projection et à une distance très-grande de ce plan, conservons seulement du cercle C la moitié dont le spectateur voit la partie convexe. Ce demi-cercle se projette sur le plan suivant une demi-ellipse; le sens dans lequel est décrit cette demi-ellipse est d'ailleurs déterminé par le sens dans lequel est décrit le demi-cercle dont elle est la projection.

Cela posé, si l'on désigne par A et A' les foyers de cette ellipse, A étant le foyer le plus rapproché de l'origine de la demi-ellipse que l'on a conservée et A' le foyer le plus rapproché de son extrémité, le point α est représenté par le segment (A, A') ».

5. On peut se proposer d'étudier la façon dont sont distribués dans l'espace les points d'une droite imaginaire donnée, ou plutôt comment sont distribués les cercles représentatifs de ces points. Trois cercles pris arbitrairement dans l'espace (le sens dans lequel ils sont décrits est évidemment supposé donné) ne peuvent évidemment pas être pris arbitrairement.

Leurs projections sur un plan arbitraire devant être en ligne droite, de ce que j'ai dit dans le paragraphe précédent résultent immédiatement les conséquences suivantes :

« Soient trois cercles (de sens bien déterminé) représentant trois points en ligne droite, si l'on projette ces cercles sur un plan quelconque, et si l'on désigne respectivement par

a et a', b et b', c et c' les foyers des coniques suivant lesquels se projettent les cercles (ces foyers étant pris dans un ordre convenable), les deux triangles $a\ b\ c$ et $a'\ b'\ c'$ sont semblables et inversement placés.

Réciproquement, si trois cercles jouissent de la propriété précédente par rapport à deux plans de projection, ils représentent trois points en ligne droite, et ils en jouissent par rapport à tout autre plan de projection ».

6. Pour étudier la distribution dans l'espace des points d'une droite imaginaire, appelons g cette droite, et g' la droite imaginairement conjuguée. Ces deux droites ne se rencontreront pas en général.

La droite, sur laquelle se mesure leur plus courte distance, est réelle.

Pour classer les points de la droite g, menons dans l'espace une droite arbitraire D; cette droite et les droites g et g' sont les génératrices du premier système d'un hyperboloïde réel R.

Considérons l'ensemble des génératrices du second système de cet hyperboloïde; chacune d'elles rencontre g en un point imaginaire représenté par un cercle réel et l'ensemble de ces cercles forme une surface S.

En donnant à la droite D toutes les positions possibles, on obtiendra une infinité de surfaces S, l'ensemble des génératrices circulaires de ces surfaces représentera les points de la droite g.

7. Je n'étudierai ici que le cas particulier où la droite g est une droite isotrope (il en est de même par conséquent de g').

Dans ce cas, la surface S est une cyclide: on peut, en effet, par g et g' faire passer une sphère qui a en outre, en commun avec R, un autre couple de droites isotropes conjuguées h et h'.

Les cercles représentatifs des points de g donnent un système (G) de sections circulaires de la cyclide; les cercles représentatifs des points de h donnent un autre système (H) de sections circulaires de cette surface.

J'appellerai *droites focales* de la cyclide les droites réelles sur lesquelles se mesurent les plus courtes distances des droites g et g', h et h'.

8. Toutes les cyclides, qui correspondent à la droite g, ont une droite focale commune; leurs focales ont aussi en commun les deux droites g et g' ; je dirai que de telles surfaces sont des cyclides semi-homofocales.

Deux cyclides semi-homofocales se coupent (indépendamment de l'ombilicale et des droites g et g') suivant deux cercles; car, soient D et Δ les deux droites qui les déterminent, les hyperboloïdes correspondants ont en commun deux génératrices du second système, qui déterminent deux cercles communs aux surfaces.

III

5. Considérons, en général, une courbe sphérique K réelle (ou plutôt résultant de l'intersection d'une sphère et d'une surface algébrique dont les équations sont réelles), et une surface réglée réelle R, telle que chacune de ses génératrices rencontre K en deux points différents.

A chaque génératrice rectiligne de R correspondent deux points α et α' de R, que l'on peut représenter par le cercle (α, α') qui résulte de l'intersection des deux cônes isotropes ayant respectivement pour sommets α et α' (1). Le lieu des cercles correspondant ainsi aux différentes génératrices de R est une surface S que l'on peut dire dérivée de la courbe K.

Soient S et S' deux surfaces dérivées de K, au moyen des surfaces réglées R et R'; l'intersection de S et de S' se composera d'abord d'un certain nombre de cercles; car la surface R et R' ayant généralement un certain nombre de génératrices communes, chacune des génératrices communes fournit un cercle commun à S et S'. Outre ces cercles, la courbe d'intersection complète comprendra encore généralement une autre courbe V.

Il est facile de voir que suivant chacun des cercles dont je viens de parler, les deux surfaces se coupent suivant un angle constant.

---

(1) Voir dans *l'Institut* et dans le *Bulletin de la Société Philom.* (avril 1870), ma note sur l'emploi des imaginaires en géométrie.

En effet, soit T une génératrice commune à R et R′ et M un point quelconque du cercle correspondant, qui est commun à S et à S′. Le cône isotrope ayant pour sommet le point M coupe la sphère, sur laquelle est située K, suivant un plan passant par T; soient β et β' les points où ce plan touche respectivement les surfaces R et R′; d'après une propriété très-simple que j'ai communiquée déjà depuis longtemps à la Société, M β et M β' sont les normales menées par le point M à S et à S′.

Quand deux surfaces réglées ont une génératrice commune, tout plan passant par cette droite touche les deux surfaces en deux points qui, lorsque le plan se déplace, déterminent sur la droite une division homographique. Dans le cas actuel, on voit immédiatement que les deux points doubles de cette division sont les points α et α' où T s'appuie sur K; d'après une proposition élémentaire bien connue, on en conclut que le rapport anharmonique des quatres points α, α'; β et β' est constant.

Menons maintenant les droites M α, M α', M β et M β'; le rapport anharmonique du faisceau est aussi constant, et, comme les droites M α et M α' sont isotropes, il en résulte que l'angle β M β' est constant.

6. De la proposition précédente, relative aux surfaces dérivées d'une même courbe sphérique, découlent quelques conséquences dignes d'intérêt.

Supposons que K soit une biquadratique sphérique, que R soit une surface de second degré et R′ une quadricuspidale ayant pour base K.

La surface dérivée S est alors une anallagmatique ayant K pour focale ; S′ la coupe suivant quatre cercles correspondant aux quatre génératrices communes à R et R′. On voit immédiatement que le long de chacun de ces cercles les deux surfaces se coupent orthogonalement.

En effet, dans ma note *sur un problème de géométrie relatif aux courbes gauches du quatrième ordre* insérée dans le Journal de Liouville (1870), j'ai démontré le théorème suivant :

« Etant donnée une quadricuspidale ayant pour base la courbe K et une génératrice $\alpha\alpha'$ de cette surface (α et α' désignant les points où la génératrice s'appuie sur K), si l'on

considère en même temps la surface du second ordre qui passe par K et par $\alpha\alpha'$, tout plan mené par cette dernière droite touche la quadricuspidale et la surface du second ordre en deux points qui partagent harmoniquement le segment $\alpha\alpha'$. »

On en déduit immédiatement que l'angle $\alpha\alpha'$ est droit. L'intersection de S et de S′ est complétée par une des lignes de courbure de S.

On a donc la proposition suivante :

« Étant donnée une anallagmatique ayant pour focale la biquadratique sphérique K, toute surface dérivée de K, au moyen d'une quadricuspidale ayant pour base K, coupe l'anallagmatique suivant une des lignes de courbure de cette surface et suivant quatre cercles ; le long de ces quatre cercles, les deux surfaces se coupent orthogonalement. »

M. William Roberts avait déjà donné ce théorème pour les surfaces du second ordre ; la surface dérivée de la quadricuspidale est, dans ce cas particulier, le lieu des génératrices circulaires d'un système de surfaces homofocales, dont les plans passent par leur centre commun.

7. Considérons dans l'espace une droite isotrope g et la droite isotrope g', qui lui est imaginairement conjuguée. Ces deux droites sont situées sur une même sphère Σ qu'elles déterminent complétement.

Soient S et S′ deux surfaces quelconques dérivées de g', elles jouiront des propriétés établies précédemment ; il est facile de voir en outre que leur intersection complète se compose des cercles dont j'ai parlé. On peut donc énoncer la proposition suivante :

« Soient deux surfaces quelconques dérivées d'une droite isotrope, ces surfaces se coupent suivant un certain nombre de cercles et le long de chacun de ces cercles elles se coupent suivant un angle constant. »

8. Soit D la droite réelle sur laquelle se mesure la plus courte distance des droites g et g' ; si l'on donne à la figure un mouvement de rotation quelconque autour de D, g et g' restent immobiles.

On en conclut que, si S désigne une surface dérivée de g, et si on la fait tourner autour de D de façon à lui faire occuper la position S_0, S_0 est aussi une surface dérivée de g.

D'où la proposition suivante :

« Étant donnée une surface quelconque S dérivée des droites isotropes conjuguées g et g', si on la fait tourner, d'un angle quelconque, autour de la droite réelle D sur laquelle se mesure la plus courte distance de g et g', dans la nouvelle position la surface coupera la surface primitive suivant un certain nombre de cercles et le long de chacun de ces cercles les surfaces se couperont suivant un angle constant. »

Il est à remarquer que la droite D passe par le centre de la sphère Σ dont l'équation est réelle, mais qui n'est jamais réelle.

9. Ce qui précède donne une solution (renfermant une fonction arbitraire) du problème suivant :

Trouver une surface telle que, si on la fait tourner autour d'une droite fixe, la surface dans sa nouvelle position coupe la surface primitive sous un angle constant, quelle que soit la grandeur de la rotation effectuée.

Il est bien clair que la grandeur de l'angle varie avec la grandeur de la rotation et que la courbe d'intersection peut se composer de plusieurs courbes séparées; l'angle d'intersection variant d'une courbe à l'autre, mais demeurant le même le long de chacune d'elles.

Pour éviter les circonlocutions, lorsqu'une droite jouira par rapport à une surface de la propriété que je viens d'énoncer, je dirai, dans les paragraphes qui suivent, que la droite est un axe de rotation de la surface.

Nous avons obtenu une classe de surface ayant un axe de rotation ; il est facile d'en trouver une seconde.

En effet, soient tracés dans un plan un cercle C et une courbe arbitraire A. Chaque tangente à A rencontre C en deux points α et α' dont l'ensemble est représenté par le cercle (α, α') ; les divers cercles qui correspondent à toutes les tangentes que l'on peut mener à A, forment une surface B. Les cercles dont je viens de parler constituent un des systèmes de lignes de courbure de B. Il est facile d'obtenir l'autre; menons, en effet, par C une sphère arbitraire, la développable circonscrite à cette sphère et à A touchera la sphère suivant une ligne de courbure de B; et en faisant

varier le rayon de la sphère, on obtiendra toutes les lignes de courbure du second système.

Une surface telle que B pourrait être désignée sous le nom de *sphéro-cyclide*, un de ses systèmes de lignes de courbure se composant de cercles et l'autre de courbes sphériques.

J'appellerai cercle directeur de la surface le cercle C, et axe de cette surface la droite menée par le centre de ce cercle perpendiculairement à son plan.

La sphéro-cyclide jouit d'une des propriétés de la cyclide que j'ai mentionnées plus haut ; si on la coupe par une sphère, on peut toujours faire passer un cône par la courbe d'intersection, le sommet de ce cône est sur l'axe ; si, le centre de la sphère restant fixe, son rayon varie, le cône qui passe par la courbe d'intersection ne varie pas de forme et se déplace parallèlement à lui-même, son sommet glissant sur l'axe.

10. On voit immédiatement que deux sphéro-cyclides ayant même cercle directeur se coupent suivant un certain nombre de cercles ; le long de chacun de ces cercles, elles se coupent suivant le même angle ; ce que l'on peut voir par une démonstration directe, ou en remarquant que chacun des cercles est une ligne de courbure pour les deux surfaces.

En particulier, si l'on fait tourner une sphéro-cyclide autour de son axe, la surface obtenue après la rotation sera une sphéro-cyclide ayant même cercle directeur que la première ; on peut donc dire que

« L'axe d'une sphéro-cyclide est un axe de rotation de cette surface. »

On a ainsi une nouvelle famille de surfaces, dont l'équation renferme une fonction arbitraire, et qui possède un axe de rotation.

11. La cyclide, en particulier, appartient à la fois aux deux familles de surfaces dont je viens de parler.

De ce que j'ai dit plus haut, on déduit immédiatement les conséquences suivantes :

« 1° Deux cyclides semi-homofocales se coupent suivant deux cercles et, le long de chacun de ces cercles, elles se coupent suivant un angle constant. »

« 2° Une cyclide a quatre axes de rotation ; ce sont ses deux axes et ses deux droites focales. »

Séance du 11 Novembre 1871.

PRÉSIDENCE DE M. VALLÈS.

M. DE LUYNES s'excuse sur l'état de sa santé de ne pouvoir assister à la séance.

M. TISSOT demande à être inscrit parmi les membres honoraires.

Le ministère de l'Instruction publique invite la Société à faire retirer les suites de l'ouvrage intitulé : *Dion Cassius*.

M. JOBERT fait une communication sur le grouin du Hérisson et la queue de l'*Ateles Paniscus* considérés comme organes tactiles. (Voy. p. 220.)

M. LE PRÉSIDENT annonce à la Société qu'elle aura à voter dans la prochaine séance sur la liste de candidats proposés pour une place vacante dans la troisième section ; le rapport a été fait il y a déjà un certain temps par M. Bureau, mais les complications survenues l'année dernière ont forcé d'ajourner cette nomination.

Il invite en même temps les trois sections à se rassembler pour présenter des listes de candidats.

La séance est levée à 9 heures ¾.

L'un des Vice-Secrétaires,

L. VAILLANT.

Sur le grouin du Hérisson et la queue d'un Singe du nouveau continent (Ateles Paniscus) *considérés comme organes du toucher*, par M. Jobert.

1. *Grouin du Hérisson.* — Il y a quinze jours j'avais l'honneur de communiquer à la Société une série de recherches sur le Grouin du Pourceau. J'avais pu poursuivre ces investigations sur le museau de la Taupe, mais un travail récent ayant paru en Allemagne sur ce sujet, je n'ai pas à m'occuper davantage de ces recherches. — L'auteur allemand a omis d'étudier les lèvres de la Taupe vulgaire, il y a cependant, dans ces organes, une grande richesse de nerfs et des plexus très-intéressants. Des corpuscules hyalins analogues à ceux que l'on observe dans la cornée y abondent, soit isolés, soit en bouquet. Ayant eu à ma disposition notre Hérisson commun, j'ai cherché à comparer la structure de son grouin avec celle du grouin de la Taupe.

L'épiderme est très-fortement pigmenté et on observe, dans la couche profonde, des corpuscules étoilés dont les prolongements cheminent entre les cellules de l'épiderme. L'observation est rendue facile, car ces corps étoilés et leurs prolongements sont très-fortement pigmentés.

Dans le tissu cellulaire sous-cutané se trouvent des glandes tubuleuses enroulées, dont les conduits viennent déboucher au dehors suivant le mode ordinaire observé pour les glandes de la sueur.

Ces glandes sont rares; sur une coupe longue d'environ un $\frac{1}{2}$ centimètre je n'ai pu constater que 3 conduits glandulaires. Au milieu du derme l'emploi de l'acide osmique et le chlorure d'or met en évidence un plexus nerveux très-riche, dont les nerfs viennent se terminer dans les enfoncements inter-papillaires sous forme de petites corpuscules hyalins, de diamètres variant depuis 0,017 jusqu'à 0,027 de millimètre. Le chlorure d'or colore vivement en noir le centre de ces corpuscules comme il le fait dans les corpuscules de Pacini.

Observés à un très-fort grossissement, ces petits corpus-

cules paraissent formés de couches conjonctives juxtaposées.

Outre ce mode de terminaison, on peut constater que des nerfs à moelle montent dans certaines papilles accompagnant les vaisseaux et s'y perdent.

Je n'ai pu constater la communication entre les corps étoilés de l'épiderme et les nerfs. Cette disposition rappelle donc celle observée outre-Rhin dans le grouin de la Taupe, mais cependant elle est loin d'être identique.

II. *Queue prenante* de l'Ateles Paniscus. — J'ai voulu également chercher si la queue prenante d'un Singe, organe dont l'animal, comme on le sait, se sert avec une merveilleuse dextérité, offrait des dispositions analogues à celles que l'on rencontre dans les doigts.

M. Broca ayant mis à ma disposition la queue et la peau des doigts d'un *Ateles paniscus*, j'ai pu m'assurer qu'il existe une analogie complète entre la structure de la peau de ces deux organes. L'épiderme est très-épais, très-pigmenté dans la couche de Malpighi, le derme est très-riche en éléments élastiques. Dans le tissu cellulaire sous-cutané on voit des glandes sudoripares en abondance logées comme dans la main au milieu des aréoles graisseuses.

Dans la couche superficielle de cette zone on voit dans les doigts des corpuscules de Pacini. Ils sont bien moins abondants que chez les autres Singes et chez les Ratons et relativement petits.

Dans une coupe faite au travers du derme de la queue, à environ 12 centimètres de l'extrémité de l'organe, j'ai constaté 4 corpuscules de Pacini dans l'étendue de 1 centimètre à peu près; ils étaient coupés en travers ; leurs couches conjonctives étaient au nombre de 22 à 27, fortement plissées par l'action prolongée de l'alcool.

Le carmin y décelait la présence de noyaux; le bulbe central était très-apparent.

Je n'ai pas obtenu de corpuscules vus dans le sens longitudinal ; il existe donc chez ces animaux une analogie de structure entre la main et cet organe, comme du reste on pouvait le prévoir par l'observation de l'animal vivant. Cette étude a pu être complétée par celle de la peau des doigts d'un Lémurien de Madagascar, mise à ma disposition

par M. Alphonse Edwards. Cet animal, dont la pulpe des doigts est spatulée, ne possède pas de corpuscules de Pacini, ou du moins je n'ai pas eu la bonne fortune d'en rencontrer. Les papilles dermiques sont petites. Les glandes sudoripares sont au contraire en très-grand nombre. Une seule fois, et après une centaine de coupes faites au travers de la pulpe d'un doigt comprenant l'épiderme, le derme et le tissu cellulaire sous-cutané, j'ai rencontré, logé dans une papille, un corpuscule de Krause; jamais au milieu des aréoles ni dans le derme, je n'ai observé de corpuscules de Pacini.

Séance du 25 novembre 1871.

RÉSIDENCE DE M. DE LUYNES.

La correspondance manuscrite contient :

1° Une lettre de M. A. Gaudry, demandant à passer au rang des membres honoraires;

2° Une lettre de M. de Caligny, destinée à la publication. (Voy. p. 223.)

M. Van Tieghem fait une communication sur la nature morphologique de l'ovule.

M. Bureau demande s'il existe un rapport entre la disposition des feuilles et l'orientation des embryons.

M. Van Tieghem répond qu'il n'y a aucun rapport; il ne saurait émettre même une hypothèse sur l'explication de ces torsions dont il a constaté l'existence.

La 3e section présente, comme candidats, MM. de Seynes et Van Tieghem. Le nombre des membres votants étant moindre de 30, l'élection est remise à la prochaine séance.

M. Vaillant fait une communication sur l'anatomie de l'*Oncidium celticum*. (Voy. p. 225.)

M. Mannheim présente une démonstration géométrique d'un théorème de M. O. Bonnet. (Voy. p. 228.)

A une question de M. Dausse, M. Vaillant répond que l'*Oncidium* ne nage pas, mais rampe à la façon des Limaces. Il rap-

pelle, à ce propos que les Gastéropodes marchent de deux façons : 1° comme les Limaces par zones antéro-postérieures, parallèles, dues à des raccourcissements dans le sens de la longueur ; 2° comme les Cyclostômes en divisant leur pied en deux parties égales par un sillon longitudinal, et en déplaçant successivement chacune de ces parties, comme deux pieds, pour ainsi dire. Les Lymnées, qui flottent renversées à la surface de l'eau, progressent vraisemblablement par une sorte de natation due à la succession des renflements latéraux du pied, qui déterminent une sorte d'ondulation : elles sont soutenues flottantes par l'air que contient leurs poumons.

M. Haton de la Goupillière, Alph. Milne-Edwards et Tissot sont nommés membres honoraires.

M. Paul Bert communique des faits relatifs à la visibilité des rayons lumineux par les animaux. (Voy. p. 230.)

La séance est levée à 10 heures.

Le Secrétaire,

Paul Bert.

M. de Caligny a communiqué dans cette séance un moyen de simplifier la marche automatique de son nouveau système d'écluses de navigation pendant le remplissage du sas.

Il a vérifié en grand, par des expériences faites à l'écluse de l'Aubois, que le tube d'introduction de l'eau d'amont fonctionne de lui-même d'une manière analogue à celle dont fonctionne de lui-même le tube d'évacuation quand l'écluse se vide. Il y avait bien un moyen très-simple de faire lever de lui-même le tube destiné à introduire de l'eau du bief inférieur quand l'écluse se remplit. Mais pour faire redescendre ce tube sans le secours de l'éclusier, il fallait, ou laisser retourner au bief d'aval une partie de l'eau qu'on en avait tirée afin d'obtenir une succion suffisante pour faire baisser le tube de lui-même, ou ajouter au système une modification qui, en le compliquant d'ailleurs, pouvait manquer un peu de précision à cause des mouvements de l'eau dans l'écluse.

M. de Caligny a trouvé un moyen d'obvier à cet inconvénient. Supposons, pour expliquer le principe de ce moyen, qu'une équerre, mobile autour d'un axe disposé à son angle, porte deux poids égaux à chacune de ses extrémités. Si l'une des branches de cette équerre est horizontale, le poids qui est à son extrémité tendra à agir avec le maximum de longueur du bras de levier. L'autre branche supposée d'une longueur égale à celle de la première étant alors verticale, le bras de levier du poids qu'elle porte à son extrémité sera nul. Il est clair que si la branche supposée en ce moment horizontale est abandonnée à elle-même, elle soulèvera l'autre branche, le bras de levier du poids qui descend diminuant, tandis que le bras de levier du poids qui monte augmente. S'il n'y avait ni frottement, ni résistance passive quelconque, les poids étant supposés égaux, la branche qui était d'abord horizontale deviendrait verticale, et celle qui était d'abord verticale deviendrait horizontale, parce que le travail moteur du poids descendant serait, en définitive, égal au travail résistant du poids qui s'élèverait.

Si, pendant l'époque du remplissage, l'axe de l'équerre dont il s'agit est réuni à l'axe du balancier du tube au moyen d'un embrayage, il suffira, pour faire descendre ce tube, de lâcher un déclic, ce qui pourra se faire en perdant une très-petite quantité de l'eau rentrée dans l'écluse qui viendra frapper une palette disposée à l'extrémité inférieure d'un levier vertical.

L'eau dont il s'agit ne pourra sortir qu'en exerçant une succion à l'extrémité inférieure du tube qu'il s'agit de faire descendre ; par conséquent il ne sera pas nécessaire que le poids qui doit le faire descendre soit aussi fort que le poids de l'autre extrémité de l'équerre; de sorte que ce dernier poids étant sensiblement plus fort que le premier, quand il s'agira de relever le tube en temps utile, il n'y aura qu'à abandonner le système à lui-même, en vertu de la baisse de l'eau dans ce tube, comme cela a été expliqué dans d'autres communications faites depuis longtemps à la Société.

C'est seulement pour bien faire comprendre le principe qu'on a supposé que les deux bras de levier étaient coudés à angle droit, comme une équerre. L'expérience montrera

non-seulement quel est l'angle le plus convenable, mais il est même probable qu'il vaudra mieux, quant au bras de levier qui doit soulever le tube, conserver une forme analogue à ce qui existe et disposer, à l'extrémité de ce bras de levier, une sorte de chaîne à la Poncelet, afin de régler aussi bien le travail de ce bras de levier, en lui conservant une longueur suffisante, pour qu'il soit plus commode d'opérer la première mise en train.

Les portes de l'écluse de l'Aubois ayant été remplacées par des portes neuves métalliques, il va devenir plus facile de faire des expériences précises sur les divers effets de l'appareil.

---

*Sur l'habitat et les mœurs de l'*Oncidium celticum, Cuv.
par M. Léon Vaillant.

Cuvier est le premier naturaliste qui ait signalé la présence sur nos côtes du Mollusque gastéropode pulmoné, qu'il a désigné sous le nom d'*Oncidium celticum*, appartenant à un genre dont les espèces, peu nombreuses, paraissaient propres aux régions tropicales; il se borne d'ailleurs à une simple mention dans son Règne animal, indiquant seulement en note que, parmi les espèces tuberculeuses, il s'en trouve une qui habite les côtes de Bretagne. En 1828, MM. Audouin et Milne-Edwards retrouvèrent de nouveau ce Mollusque dans le port Solidor. La description de ces auteurs est plus complète; ils donnent avec soin la couleur et l'aspect général, mais l'indication de la localité est surtout d'une exactitude extrême, et c'est faute peut-être de l'avoir lue avec assez d'attention si j'ai, pendant longtemps, cherché en vain ce curieux animal que les zoologistes du pays n'avaient pas non plus su retrouver. Un des renseignements, il est vrai, m'avait longtemps arrêté, c'est l'indication donnée par MM. Audouin et Edwards d'un *chemin chartier*, dans lequel se rencontraient surtout ces animaux,

chemin que j'avais en vain demandé aux habitants du pays. Depuis, en relisant la description, j'ai reconnu que cette « espèce de chemin creux dont les deux côtés, taillés à pic, « s'élèvent de plusieurs pieds, » n'est autre chose qu'une brèche naturelle due à l'enlèvement d'un filon de diorite, traversant les gneiss, enlèvement soit fait de main d'homme, soit résultat des phénomènes naturels, seconde hypothèse plus probable, si on songe que, sur toute la côte, on peut trouver des faits analogues, partout le diorite ayant été enlevé par l'action des eaux, en laissant au milieu des gneiss et des granits ces grottes, ces couloirs pittoresques, bien connus de tous ceux qui parcourent ces pays. Cette tranchée, sans doute plus fréquentée autrefois, avait peut-être un nom particulier, mais n'est plus connue aujourd'hui.

Depuis cette époque, l'*Oncidium celticum* n'a plus été signalé en France (1), mais en Angleterre, différents observateurs, énumérés par M. Jeffreys, l'ont décrit. Il est remarquable que c'est en Cornouailles et à l'extrémité sud-ouest du Devonshire qu'on l'a rencontré, c'est-à-dire, comme en Bretagne, sur les terrains granitiques et de transition.

C'est au mois d'octobre 1870 que j'ai, pour la première fois, eu l'occasion de voir cet animal dans une petite anse au sud de la Briantais, vers l'embouchure de la Rance, plus haut que le port Solidor ; j'eus depuis de grandes difficultés à le trouver de nouveau avant d'avoir, et par le calcul des hauteurs des marées et par l'étude des mœurs spéciales de ce Mollusque, pu déterminer avec précision les conditions dans lesquelles on peut le rencontrer. Aujourd'hui, après les avoir à plusieurs reprises expérimentées, je crois pouvoir présenter avec confiance les faits suivants qui permettront, j'espère, de trouver dorénavant l'*Oncidium celticum* avec certitude dans ces localités.

Comme l'ont très-bien fait remarquer MM. Audouin et

---

(1) M. Fischer m'assure que, dans un catalogue, publié par M. Crouan, de Brest, comme suite à celui de M. Taslé, sur le Mollusques des côtes du Morbihan, un Oncidium, peut-être la même espèce, se trouve signalé.

Milne Edwards, c'est dans des points qui découvrent à chaque marée que se trouve ce Mollusque, dont la respiration est, en grande partie du moins, aérienne. L'extension en hauteur n'est guère de plus de 1 mètre à $1^{m},50$, le point précis peut être indiqué comme correspondant à la partie supérieure de la seconde zone littorale, au niveau où se rencontre en abondance le *Fucodium nodosum*, environ de 6 mètres à $7^{m},5$ au-dessus du zéro des cartes marines, d'après l'*Annuaire des marées* de M. Gaussin ; c'est assez exactement le niveau moyen de la mer pour cette localité. Quant à l'extension en superficie, tout ce que je puis en dire, c'est que j'ai observé l'*Oncidium* depuis la Briantais jusqu'au port Solidor, distance de plus de 3 kilomètres ; existe-t-il plus haut en remontant la Rance ou sur la rive gauche de cette rivière, c'est ce que je ne saurais dire ; quant à ce qui est de sa présence, plus près de la grande mer, je me crois en mesure d'affirmer qu'il ne s'y rencontre pas, soit qu'il évite la trop grande agitation de l'eau, soit plutôt que les conditions d'existence qu'il recherche n'y soient pas réalisées.

En effet, il s'en faut que sur l'espace que je viens d'indiquer, ce Mollusque se trouve également partout, il faut le chercher là seulement où se rencontre cette vase grisâtre si recherchée en agriculture, sous le nom de *tangue* et dont il fait sa nourriture, son estomac en étant toujours rempli.

Mais ce qui me paraît expliquer surtout la rareté de cet animal, ce sont ses mœurs singulières, dont on me paraît jusqu'ici s'être fait une idée très-imparfaite. Pendant tout le temps de la mer haute, où le niveau qu'il habite est recouvert, ce Mollusque ne sort pas des fentes qui lui servent de retraite, ce n'est même pas au moment où ce niveau découvre qu'on le voit apparaître, mais bien une heure plus tard environ ; pendant un laps de temps que je crois pouvoir évaluer à deux heures ou deux heures et demie, il rampe çà et là sur les rochers ; à ce moment, il est assez abondant pour qu'il me soit arrivé d'en ramasser plus de cinquante individus en une fois. Plus tard, bien que le niveau soit toujours à découvert, ces Mollusques deviennent rares et finissent par disparaître.

Comme on le voit l'*Oncidium celticum*, quoique abondant en réalité, ne se rencontre que dans des circonstances assez particulières pour qu'elles expliquent fort bien les difficultés qu'ont éprouvé dans sa recherche un bon nombre de zoologistes. Un heureux hasard m'ayant mis à même de le trouver maintenant en grande abondance, j'ai entrepris sur lui une série de recherches anatomiques, dont j'espère pouvoir successivement exposer à la Société les principaux résultats.

Démonstration géométrique d'un théorème de M. O. Bonnet, par M. Mannheim.

Dans mon étude sur le déplacement d'une figure de forme invariable, j'ai énoncé le théorème suivant, qui m'a été signalé par M. O. Bonnet.

Lorsque, à partir d'un point A, *on prend sur une surface* (A) *des courbes ayant entre elles un contact de l'ordre* n, *les normalies* (1) *qui ont ces courbes pour directrices ont entre elles un contact de l'ordre* n + 1 *aux centres de courbure principaux situés sur la normale* A *en* A, *à la surface* (A).

La démonstration géométrique de ce théorème est très-simple comme je vais le faire voir.

Considérons sur (A) des courbes passant simplement par le point a : en vertu d'un théorème de Monge, les normalies qui ont ces courbes pour directrices sont tangentes entre elles aux centres de courbure principaux α_1 et α_2, situés sur la normale A issue du point a.

Supposons maintenant que les courbes tracées sur A passant toujours en a contiennent en outre un point b. Les normalies correspondantes contiendront toutes, outre la normale

---

(1) J'appelle *normalie à une surface* le lieu des normales à une surface issues des points d'une ligne tracée sur cette surface.

A, la normale B issue du point b. Tout plan sécant mené par l'un des centres de courbure principaux α_1, coupera ces normalies suivant des courbes tangentes entre elles au point α_1, et passant toutes par le point où le plan sécant coupe B. Lorsque b est infiniment voisin de a, ce point de rencontre est infiniment voisin de α_1, c'est-à-dire que ces courbes sont alors osculatrices entre elles. Le plan sécant mené par α_1, étant arbitraire nous pouvons dire aussi qu'en ce point les normalies sont osculatrices entre elles. Ceci est vrai pour l'autre centre de courbure α_2. Nous pouvons donc dire :

Lorsque des courbes tracées sur une surface (A) *sont tangentes entre elles en un point* A, *les normalies dont elles sont les directrices sont osculatrices entre elles aux centres de courbure principaux situés sur la normale* A.

Partant de ce résultat et supposant que les courbes directrices ont en outre un nouveau point commun infiniment voisin, c'est-à-dire qu'elles sont osculatrices, on verra de même que toutes les sections faites dans les normalies correspondantes par des plans passant par les centres de courbure α_1 ou α_2, ont en commun quatre points infiniment voisins, c'est-à-dire un point de plus que le nombre des points communs aux courbes directrices.

Cette démonstration s'étend de la même manière au cas où les courbes directrices ont en commun un nombre quelconque de points infiniment voisins ; le théorème de M. Bonnet se trouve démontré.

La marche que je viens de suivre permet de généraliser le théorème suivant :

Deux surfaces gauches qui ont une génératrice commune se touchent en deux points de cette droite; on est alors conduit à ce théorème :

Lorsque deux surfaces gauches ont le long d'une génératrice un contact de l'ordre n, *il y a deux points de cette droite pour lesquels le contact est de l'ordre* $n + 1$.

Comme cas particulier on a le théorème suivant que M. de la Gournerie a donné dans son *Traité de géométrie descriptive* :

Quand deux surfaces gauches se raccordent le long d'une génératrice, elles se coupent, en général, suivant une courbe qui rencontre la droite de contact en deux points ; les surfaces sont osculatrices en ces points.

Sur la visibilité des divers rayons lumineux par les animaux inférieurs, par M. Paul Bert.

Mes recherches concernant la visibilité des diverses régions du spectre par les Daphnies ont été critiquées. On m'a reproché d'avoir choisi des animaux aquatiques, le verre et l'eau interposés sur le trajet de la lumière devant arrêter les rayons ultra-rouges. Sans entrer dans une discussion théorique, j'ai préféré recourir à d'autres animaux, ce qui n'était point facile, puisqu'il me fallait agir, pour motiver mes généralisations, sur des êtres fort éloignés de l'Homme et qui donnassent des signes évidents de la sensation lumineuse.

De jeunes Épéires, nouvellement écloses, m'ont permis de répéter mes expériences, sans interposer même un verre entre elles et la source lumineuse.

Or, j'ai constaté que ces petites Araignées, comme les Daphnies, voient toute l'étendue du spectre pour nous lumineux, et ne voient point l'ultra-rouge. Mes généralisations conservent donc leur caractère de vraisemblance.

Mais les Épéires m'ont fait faire en outre une constatation curieuse. En effet, elles avaient évidemment peu de prédilection pour le rouge spectral; elles lui préféraient de beaucoup le jaune et surtout le vert : cependant, entre le rouge et l'obscurité, elles choisissaient le rouge.

Je les mis alors en expérience en employant des verres colorés. Je commençai par constater que si elles allaient à une douce lumière, elles redoutaient son éclat trop vif. Entre les rayons directs du soleil et l'abri d'une feuille de papier, elles se mettaient derrière celle-ci. Je constatai aussi qu'entre le verre rouge et l'obscurité, elles allaient au rouge; entre le verre rouge et un verre bleu fort riche de ton, mais très-épais, elles choisissaient sans hésiter le bleu. Une série d'expériences faciles m'a permis de classer ainsi que suit l'ordre de leurs préférences : bleu, vert, jaune, rouge.

Les Daphnies m'ont donné des résultats analogues. Elles

préfèrent également une douce lumière à une lumière éclatante, et à la lumière diffuse du jour, elles ont choisi les verres de couleur dans l'ordre suivant : bleu clair, bleu foncé, violet, jaune, vert, orangé, rouge.

Pour moi, la clarté de ces verres se classerait ainsi en ordre décroissant : jaune, rouge, orangé, bleu clair, vert, violet, bleu foncé. Le rouge donne une lumière éclatante, fatiguante même à la lumière diffuse.

D'autre part, en visitant les châssis vitrés de verres de couleur sous lesquels j'élève des plantes, et qui ne reçoivent jamais les rayons solaires directs, j'ai plusieurs fois trouvé des Cloportes et des Limaces grises : ces animaux étaient toujours dans le châssis obscur ou dans le châssis vitré en rouge.

Tout ceci semble indiquer que les animaux inférieurs sont comparables aux Hommes atteints de daltonisme. Comme eux, ils voient à peine la région rouge du spectre ; comme eux, ils préfèrent aux autres la couleur bleue. Il est bon de rappeler en terminant que chez tous les Hommes les régions latérales de la rétine paraissent se comporter comme la région de la vision distincte chez les daltoniens.

On en est amené à se demander si l'état de notre vision normale n'est pas dû à l'existence de la *tache jaune* de la rétine, lieu de la vision distincte, qui, en raison de son pigment, absorbe surtout le bleu. Il serait curieux d'examiner cette tache chez les daltoniens bien francs. On sait, du reste, qu'elle n'existe que chez l'Homme et les Singes vrais. Il y a évidemment là matière à un grand nombre d'expériences sur les Reptiles, les Poissons, et les animaux inférieurs.

Je dirai en outre qu'il faut, ce me semble, renoncer à l'expression si usitée d'animaux *lucifuges*. Je n'ai pas encore trouvé de vrais lucifuges; tous recherchent la lumière, mais avec un très-faible degré d'intensité, et ne la redoutent que quand ce degré est dépassé. Ainsi, des Limaces grises à l'Aigle, s'établit une série dans laquelle nous prenons place, et dans laquelle l'œil des animaux supporte de plus en plus la lumière.

Séance du 9 décembre 1871.

PRÉSIDENCE DE M. DE LUYNES.

La correspondance manuscrite comprend une lettre de M. Louis Lartet, exposant que ses longues absences de Paris ne lui permettant pas d'assister régulièrement aux séances de la Société, il se voit obligé de donner sa démission de membre titulaire.

Cette démission est acceptée, et la Société décide de nommer M. Louis Lartet membre correspondant.

M. Laguerre fait une communication sur quelques propriétés des nombres algébriques. (Voy. p. 241.)

M. Grandidier expose les résultats de ses voyages scientifiques à Madagascar. (Voy. p. 255.)

Répondant à une question de M. Bert, M. Grandidier déclare qu'il croit qu'une des espèces de Zébu qui vivent à Madagascar est originaire de cette île.

M. Bertrand lit une note sur la structure des feuilles dans la famille des Conifères. (Voy. p. 245.)

La Société se forme en comité secret pour entendre les rapports de la 1re et 3e section.

La 1re section présente *ex æquo* MM. Collignon, Darboux, Maurice Lévy.

Liste des travaux scientifiques de M. Édouard Collignon, ingénieur des ponts et chaussées, répétiteur à l'École polytechnique.

1856. Le Comté de Lincoln, études sur l'agriculture anglaise (Annales des ponts et chaussées.) — (Médaille d'or de 300 fr.)

1860. Formules générales pour les ponts métalliques, à poutre droite reposant sur plusieurs appuis.

1860. Essai sur la théorie des parallèles.

Ecrit en 1861, publié en 1865 dans le *Journal de l'École polytechnique.* Mémoire sur les cartes géographiques. (Admis, en 1865, dans le Recueil des savants étrangers.)

1864. Théorie des poutres à treillis et des poutres américaines. (Annales des ponts et chaussées.) — (Médaille d'or de 300 fr.)

1866. Second Mémoire sur les cartes, présenté à l'Institut. (Brûlé en 1871 dans les papiers de M. Bertrand.)

1866. Note sur un appareil à équibre indifférent. (Appareil Navellier.) — (Annales des ponts et chaussées.)

1866. Triangle pour représenter les moments d'inertie d'un solide. (Communication à la Société philomathique.)

1866. Les chemins de fer d'Autriche, recherche sur les pentes. (Annales des mines.)

1867. En collaboration avec MM. Combes et Phillips. (Rapport sur les progrès de la mécanique appliquée.)

1868. Les chemins de fer russes, 2e édition, 1 vol. in-4° avec atlas (Dunod).

1868. Cours élémentaire de mécanique, 1 vol., petit in-8° (Hachette), 1re p. cinématique. 1869, 2e p. statistique.

1869. Cours de résistance des matériaux, 1 vol. in-8° (Dunod).

1870. Cours d'hydraulique, 1 vol. in-8° (Dunod).

1871. Traité complet de mécanique (Hachette). Ce Traité aura 4 volumes, savoir : Cinématique, Statique, Dynamique, Mécanique analytique. La rédaction en est terminée ; le 1er vol. est sous presse.

Depuis 1866, en collaboration avec MM. Phillips et Kretz, édition du cours de mécanique d'Edmond Roux. Statique 1869; Dynamique, sous presse ; Théorie de la chaleur, à publier.

Liste des travaux scientifiques de M. G. Darboux, professeur au Lycée Saint-Louis.

Sur les sections du tore. (Nouvelles annales de mathématiques, avril 1864.)

Note sur l'intersection d'une sphère et d'une surface du second degré. (Nouvelles annales de mathématiques, mai 1864.)

Remarques sur la théorie des surfaces orthogonales. (Comptes rendus, 1er août 1864.)

Recherches sur les surfaces orthogonales. (Annales de l'École normale, t. II, 1865.)

Sur les surfaces orthogonales. (Annales de l'École normale, t. III, 1866.)

Note sur une classe de courbes du 4e ordre et sur l'addition des fonctions elliptiques. (Annales de l'École normale, IV, 1868.)

Sur la représentation sphérique des surfaces. (Comptes rendus, 1er février 1869.)

Sur la série de Laplace. (Comptes rendus, 8 février 1869.)

Sur un mode de transformation des figures et son application à la construction de la surface du deuxième ordre déterminée par 9 points. (Annales de l'École normale, t. VI, 1869, et Bulletin de la Société philomathique, 29 avril 1868.)

Mémoire sur une classe de courbes et de surfaces. (Comptes rendus, 7 juin 1868, t. LXVIII, p. 1311.)

Sur les systèmes de surfaces orthogonales. (Comptes rendus, t. LXVII, p. 1108, 30 novembre 1868.)

Sur les caractéristiques des systèmes de coniques et de surfaces du second ordre. (Comptes rendus, t. LXVII, 1868.)

Sur la formule d'approximation de Newton. (Nouvelles annales de mathématiques, 1869.)

Sur une nouvelle série de systèmes orthogonaux algébriques. (Comptes rendus, t. LXIX, p. 392.)

Sur les équations aux dérivées partielles. (Comptes rendus, t. LXX, p. 675 et 746.)

Sur les équations aux dérivées partielles. (Annales de l'École normale, t. VII, 1870.)

Sur la surface des centres de courbure d'une surface algébrique. (Comptes rendus, t. LXX, p. 1329.)

Sur les polygones inscrits et circonscrits à l'ellipsoïde. (Société philomathique, 23 avril 1870.)

Sur les systèmes linéaires de coniques et de surfaces du second ordre. (Bulletin des sciences mathématiques, novembre 1870.)

Sur une surface du cinquième ordre et la représentation sur le plan. (Bulletin des sciences mathématiques, t. II, février 1871.)

Sur des théorèmes d'Ivory et de Jacobi, relatifs aux surfaces homofocales. (Présenté, le 12 janvier 1872, à la Société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux.)

Sur la représentation des surfaces algébriques. (Bulletin des sciences mathématiques, t. II, mai 1871.)

Liste des travaux scientifiques de M. Maurice Lévy, ingénieur des ponts et chaussées, ancien répétiteur à l'École polytechnique, docteur ès-sciences.

GÉOMÉTRIE.

Sur une transformation des coordonnés curvilignes orthogonales et sur les coordonnées curvilignes, comprenant une famille

quelconque de surfaces de second ordre. — Thèse pour le doctorat, soutenue devant la Faculté des sciences de Paris, le 21 février 1867.

Mémoire sur les coordonnées curvilignes, inséré au *Journal de l'École polytechnique*, cahier XIII.

GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE.

Sur un système particulier de ponts biais. — Comptes rendus de l'Académie des sciences, du 29 novembre 1869.

HYDRODYNAMIQUE.

Théorie d'un courant liquide à filets rectilignes et parallèles. — Annales des ponts et chaussées, 2e livraison 1867. — Mémoire ayant obtenu une médaille d'or de 300 fr.

Essai théorique et appliqué sur les mouvements des liquides. — Thèse pour le doctorat, soutenue devant la Faculté des sciences de Paris, le 22 février 1867.

Mémoire sur l'hydrodynamique des liquides homogènes et particulièrement sur leur écoulement rectiligne et permanent, — mémoire dont l'insertion au Recueil des savants étrangers a été votée dans la séance de l'Académie des sciences, du 8 mars 1867.

Mémoire sur les équations générales des mouvements intérieurs des corps solides ductiles au-delà des limites où l'élasticité pourrait les ramener à leur premier état. — Comptes rendus de l'Académie des sciences, du 20 juin 1870. — Ce Mémoire paraîtra au prochain volume du Recueil des savants étrangers, où son insertion a été ordonnée par l'Académie, dans sa séance du 10 juillet 1871. — Des extraits en ont été publiés, sur l'invitation de M. de Saint-Venant, dans les dernières livraisons du Journal de Mathématiques pures et appliquées.

Sur un système très-simple de vanne à débit constant sous pression variable. — Comptes rendus de l'Académie des sciences, du 29 novembre 1869.

RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX.

Essai sur une théorie rationnelle de l'équibre des terres fraîchement remuées et ses applications au calcul de la stabilité des murs de soutènement. — Comptes rendus de l'Académie des sciences, du 21 juin 1869. — L'insertion de ce mémoire au Recueil des savants étrangers a été ordonnée par l'Académie, dans sa séance du 7 février 1870.

Mémoire sur le calcul de la résistance des ponts à poutres

droites continues. — Ce mémoire, manuscrit, déposé à l'École des ponts et chaussées et fait pendant que l'auteur était élève de l'École, à l'occasion d'un concours proposé aux élèves, renferme une méthode absolument nouvelle, aujourd'hui employée pour le calcul de la résistance des grands ponts métalliques. — Cette méthode a été le point de départ des belles recherches entreprises depuis par M. Bresse sur cette matière, et formant l'objet de son troisième volume de Mécanique appliquée. — Voir l'exposé sommaire de cette méthode dans ledit ouvrage, page XIII, de l'Avant-Propos.

ANALYSE.

Sur l'intégration des équations aux différences partielles, relatives aux mouvements intérieurs des corps solides ductiles, lorsque ces mouvements ont lieu par plans parallèles. — Comptes rendus de l'Académie des sciences, du 6 novembre 1871.

La 3e section présente MM. Chatin, Grandidier, Jobert et Van Tieghem.

Liste des travaux scientifiques de M. J. Chatin, docteur en médecine, licencié ès-sciences naturelles.

1868. Observation d'un cas de communication inter-ventriculaire. — (Comptes rendus de la Société de Biologie).

1870. Observations sur les glandes salivaires chez le *Tamandua* — (Ann. des sc. nat. ; lues à la Société Philomatique).

1870. Études sur l'*Hyœmoschus*, avec planches. (Sous presse.)

1871. Études sur les Valérianées et leurs produits (14 planches gravées.)

Notice sur les travaux scientifiques de M. Alfred Grandidier.

1° Types nouveaux ou peu connus du muséum de Saint-Denis. Le Propithèque de Verreaux (A. Grandidier). (Album de l'île de la Réunion en 1866-67.)

2° Note sur les Mammifères et les Oiseaux observés à Madagascar de 1865 à 1867 (avec la description de 4 Mammifères et de 6 Oiseaux nouveaux). — (Rev. et Mag. de zoologie, 1867.)

3° Liste des Reptiles nouveaux découverts en 1866 sur la côte S. O. de Madagascar (3 genres nouveaux et 10 espèces nouvelles). — (Rev. et Mag. de zoologie, 1867.)

4° Description de quatre espèces nouvelles de Lépidoptères découvertes sur la côte S. O. de Madagascar. (Rev. et Mag. de zoologie, 1867.)

5° Observations sur le gisement des œufs de l'Æpiornis. — (Comptes rendus de l'Ac. des sciences, sept. 1867.)

6° Observations anatomiques sur quelques Mammifères de Madagascar. De l'organisation du *Cryptoprocta ferox* (en commun avec M. Alph. Milne-Edwards). — (Annales des sciences naturelles, 1867.)

7° Notice géographique sur les côtes S. et S. O. de Madagascar (Avec carte.) — (Bull. de la Soc. de géogr., octobre 1867.)

8° Une excursion dans la région australe de Madagascar, chez les Androuïs. (Bull. de la Soc. des sc. et arts de l'île de la Réunion, 1868.)

9° Notice sur l'île de Zanzibar. (Bull. de la Soc. des sc. et arts de l'île de la Réunion, 1868.)

10° Notice historique sur l'île de Ceylan (du VIe siècle av. J.-C. jusqu'à nos jours.) — (Bull. de la Soc. des sc. et arts de l'île de la Réunion, 1868.)

11° De la population Singhalaise. (Bull. de la Soc. des sc. et arts de l'île de la Réunion, 1869.)

12° De la faune et de la flore Singhalaise. (Bull. de la Soc. des sc. et arts de l'île de la Réunion, 1869.)

13° Voyage dans les provinces méridionales de l'Inde. Recherches sur les origines de l'architecture orissienne et études sur les monuments bouddhistes et brahmaniques.) — (*Tour du monde*, 1868.)

14° Description d'une nouvelle espèce de Chirogale découverte sur la côte O. de Madagascar et observations sur les deux espèces du genre *Bernieria*.) — (Rev. et Mag. de zoologie, 1868.)

15° Note sur la côte S. E. de Madagascar. (Rectification des positions des embouchures de 8 rivières.) — (Bull. de la Soc. de géographie, nov., déc. 1868.)

16° Description d'un Hippopotame fossile (*Hippopotamus Lemerlei*, Grandid.), d'une Émyde colossale (*Emys gigantea*, Grandid.) et d'une Tortue (*Testudo abrupta*, Grandid.) également fossiles, d'une autre Tortue (*Testudo desertorum*, Grandid.) et d'un Chirogale nouveau *Chirogalus gliroïdes*, Grandid.). (Insérées dans la note présentée à l'Ac. des sciences par M. Milne-Edwards, 14 déc. 1868).

17° Nouvelles observations sur les caractères zoologiques et les affinités naturelles de l'*Æpiornis* de Madagascar (en commun avec M. Alph. Milne-Edwards.) — (Ann. des sc. nat., 1869.)

18° Description de quelques animaux nouveaux découverts à Madagascar pendant l'année 1869 (sur la côte O.). — (1 genre nouveau et 5 espèces nouvelles de Mammifères, et 11 espèces nouvelles de Reptiles). — (Rev. et Mag. de zoologie, sept. 1869).

19° Description de quelques animaux nouveaux découverts à Madagascar en novembre 1869). (1 genre nouveau et trois espèces

nouvelles de Mammifères et 1 espèce nouvelle d'Oiseau). — (Rev. et Mag. de zoologie, février 1870.)

20° Observations sur les Propithèques de Madagascar. (Description d'une nouvelle espèce, le *Propithecus Edwardsii*, Grandid.) — (Comptes rendus de l'Ac. des sc., 27 fév. 1871.)

21° Note sur les recherches géographiques faites dans l'île de Madagascar de 1865 à 1870). — (Comptes rendus de l'Ac. des sc., 27 août 1871).

22° Madagascar. — Exposé de mes itinéraires dans la grande île africaine avec une esquisse d'une carte générale. — (Bull. de la Soc. de géograph., août 1871.)

Liste des travaux scientifiques de M. le docteur Jobert.

Essai sur Paracelse et la renaissance médicale au XVIe siècle. — Thèse inaugurale, 1866.

Étude sur les glandes nasales des Oiseaux palmipèdes et échassiers. — Ann. sc. nat., 1869.

Étude sur les terminaisons nerveuses chez les Poissons. — Soc. de Biologie, 1868. — En collaboration avec M. Grandry.

Sur la structure des terminaisons nerveuses des Insectes et les appareils tactiles de la trompe des Diptères et des palpes de certains Orthoptères. Soc. de Biologie, 1871.

Sur la structure de l'aile des Cheiroptères. — Comptes rendus de l'Ac. des sciences, 1871.

Sur les organes tactiles des Poissons. Soc. phil., 12 août et 28 oct. 1871.

Sur la structure du Grouin du Porc. — Soc. phil., 1871.

Sur la structure du Grouin du Hérisson et celle de la queue prenante des Atèles. — Soc. phil., 1871.

Contribution à l'étude du système nerveux sensitif : 1° Recherches sur l'appareil tactile des extrémités du membre supérieur chez le Raton ; 2° Recherches pour servir à l'histoire anatomique des appareils du toucher chez les Mollusques gastéropodes. — Journal d'anatomie et de physiologie, novembre 1870-1871.

Liste des travaux scientifiques de M. Van Thieghem.

1. Note sur une coloration rose développée dans les fibres végétales par l'action ménagée des acides. (Bull. de la Soc. bot., 8 mai 1863.)

2. Note sur les colorations développées par les acides dans les tissus végétaux. (Bull. de la Soc. bot., 12 juin 1863.)

3. Note sur la coloration des fibres végétales par les acides. (Comptes rendus, 18 mai 1863.)

4. Note sur la fermentation ammoniacale. (Comptes rendus, 25 janvier 1864.)

5. Recherches sur la fermentation de l'urée et de l'acide hippurique. — (Ann. scientif. de l'École normale, t. I, 1864.

6. Sur l'amidon des Floridées et des Corallinées. — (Comptes rendus, 1865 6 nov. et Ann. des sc. nat.)

7. Sur une monstruosité de la fleur du *Tropœolum majus*. (Bull. de la Soc. bot., 22 décembre 1865.)

8. Sur la structure des anthères des Aroïdées. — (Comptes rendus, 11 juin 1866.)

9. Recherches sur la structure des Aroïdées. — (Ann. des sc. nat., 5e série, t. VI, 1867, in-4° de 140 pages avec 10 planches.) (Thèse pour le doctorat ès-sciences naturelles). (Extrait dans Bull. de la Soc. bot. 15 nov. 1867.)

10. Observations sur la Ficaire. (Ann. des sc. nat., 5e série, t. V, 1866.)

11. Recherches sur la respiration des plantes submergées. — (Bull. de la Soc. bot., 9 nov. 1866.)

12. Sur la respiration des plantes aquatiques. — (Comptes rendus, 18 nov. 1867).

13. Sur la fermentation gallique. — (Comptes rendus, 23 déc. 1867).

14. Recherches pour servir à l'histoire physiologique des Mucédinées. Fermentation gallique. — (Ann. des sc. nat., 5e série, t. VIII, 1868. In-8° de 40 pages, et Ann. scientif. de l'École normale, t. 6.

15. Anatomie de l'Utriculaire commune. — Bull. de la Soc. bot., 27 nov. 1868. Comptes rendus, 23 nov. 1868).

16. Recherches sur la structure du pistil. — (Ann. des sc. nat., 5e série, t. IX, 1868. In-8° de 102 pages avec 4 planches).

17. Anatomie comparée de la fleur et du fruit des Cycadées, Conifères et Gnétacées. — (Extrait dans Comptes rendus 5 et 12 avril 1869).

18. Idem, *in extenso* dans Ann. des sc. nat., t. X, 1868. In-8° de 35 pages avec 6 planches).

19. Recherches sur la symétrie de structure des végétaux. — (Comptes rendus, 19 janvier 1869.)

20. Sur la structure des feuilles des Monocotylédones. — (Comptes rendus, 6 avril 1869.)

21. Recherches sur la symétrie de structure de l'ovule et sur

l'orientation de l'embryon dans la graine. — (Comptes rendus, 26 juillet 1869.)

22. Sur la respiration des plantes submergées. — (Comptes rendus, 23 août 1869.)

23. Respiration des plantes submergées à la lumière d'une bougie. — (Comptes rendus, 16 août 1869.)

24. Anatomie de la fleur femelle et du fruit du Noyer. — (Bull. de la Soc. bot., 24 décembre 1869.)

25. Anatomie des fleurs et du fruit du Gui. — (Ann. des sc. nat., 5e série, t. XII, 1870.)

26. Recherches physiologiques sur la végétation libre du pollen et de l'ovule et sur la fécondation directe des plantes. — (Ann. des sc. nat., 5e série, t. XII, 1870.)

27. Structure du pistil des Primulacées et des Théophrastées. — (Ann. des sc. nat., t. XII, 1870.)

28. Anatomie de la fleur des Santalacées. — (Ann. des sc. nat., t. XII, 1870.)

29. Sur les divers modes de nervation de l'ovule et de la graine. — (Comptes rendus, 14 août 1871.)

30. Recherches sur la structure du pistil et sur l'anatomie comparée de la fleur. — 2 vol. in-4°, texte et planches. Imp. nationale. Mémoire couronné par l'Académie, extrait des Mémoires des Savants étrangers.)

31. Recherches sur la symétrie de structure des plantes.

1er fascicule ; Introduction. 1. La Racine. — (Ann. des sc. nat., t. XIII, 1870. In-8° de 320 pages avec 6 planches.)

32. Sur les Canaux oléifères des Composées. — (Bull. de la Soc. bot., séances des 24 nov., 8 et 22 décembre 1871.)

33. Sur l'orientation de l'embryon dans la graine des Casses. — (Soc. philom., séances du 25 nov. 1871.)

La Société n'étant pas en nombre, l'élection aura lieu dans la séance prochaine.

La séance est levée à 10 heures et demie.

Le Secrétaire,
P. Bert.

Sur quelques propriétés des courbes algébriques et la détermination des rayons de courbure des sections planes des surfaces annallagmatiques, par M. Laguerre.

1. Considérons une courbe plane K ; soient m le nombre des branches de cette courbe qui se croisent en chacun des ombilics du plan, et n le nombre des points distincts des ombilics où la courbe est rencontrée par la droite de l'infini.

Cette courbe a m foyers singuliers F_1, F_2, etc. Si un angle droit se meut de telle façon qu'un de ses côtés passe par un point fixe du plan P, tandis que son sommet décrit la courbe K, le second côté de l'angle enveloppe une courbe H, dont la classe est égale à $2(m+n)$.

Cette courbe (1) a

1° n foyers situés à l'infini et sur des directions perpendiculaires aux asymptotes de la courbe K qui ne sont pas isotropes ;

2° Un foyer multiple au point fixe P, qui compte pour $(m+n)$ foyers ;

3° m autres foyers G_1, G_1, etc, que l'on obtient en joignant le point P aux foyers singuliers de K, et en prolongeant d'une longueur égale à elle-même chacune des droites ainsi obtenues.

2. Soit M un point quelconque du plan ; sur M P comme diamètre, décrivons une circonférence. Cette circonférence rencontre K en $2(m+n)$ points d, et les $2(m+n)$ droites M d sont les tangentes que l'on peut mener du point M à la courbe H.

En un de ces points d, menons le cercle qui, passant par P, touche K ; le point T où ce cercle rencontre M d est le point de contact de cette droite avec H.

Je rappellerai ici le théorème que j'ai donné (*Journal*

---

(1) Voir *Journal l'Institut* et *Bulletin de la Soc. Phil.* (nov. 1868), ma note *sur quelques propriétés des courbes algébriques, etc.*

l'Institut et *Bulletin de la Société Phil.*, février 1867, sur la détermination du rayon de courbure des lignes planes):

« Si, par un point M pris dans le plan d'une courbe plane de classe n, on mène les n tangentes à la courbe, le centre harmonique du point M relativement aux n foyers réels est le même que relativement aux n points de contact.»

Si l'on applique le théorème précédent à la courbe H, en remarquant que l'on ne doit tenir aucun compte des foyers situés à l'infini, on trouve l'équation suivante:

$$\Sigma \frac{1}{MT} = m + n \frac{1}{MP} + \Sigma \frac{1}{MG},$$

équation symbolique, où

$$\frac{1}{MT}$$

désigne une grandeur géométrique égale en valeur absolue à l'inverse de MT et ayant par direction la direction de cette droite.

3. Je me bornerai aux applications les plus simples de la formule précédente. Il serait facile de voir comment les résultats suivants peuvent s'appliquer à une courbe quelconque.

Supposons en particulier que la courbe K ne rencontre la droite de l'infini qu'aux ombilics, en sorte que l'on ait

$$n = 0.$$

Je désignerai, pour abréger, une telle courbe sous le nom de courbe cyclique.

Par une transformation facile, on déduira de la formule précédente le théorème suivant :

« Si on coupe une courbe cyclique par un cercle C et si, en chacun des points d'intersection, on mène un cercle touchant la courbe et passant par un point fixe P pris sur C, le centre harmonique du centre de C relativement aux centres de ces cercles est le même que le centre harmonique du même point relativement aux foyers singuliers

de la courbe et au point P, ce dernier étant compté m fois, $2m$ désignant le degré de la courbe. »

4. En particulier, le cercle sécant peut se réduire à une droite, et l'on a la proposition suivante :

« Étant donnée une courbe cyclique de degré $2m$, un droite quelconque la coupe en $2m$ points ; si, en chacun de ces points, on mène un cercle qui touche la courbe et qui passe par un point fixe P situé sur la droite, le centre des moyennes distances des centres de ces $2m$ cercles est le point milieu de la droite qui joint le point P au centre de la courbe. »

Remarque. J'appelle ici *centre* de la courbe les centres des moyennes distances de ces m foyers singuliers.

5. Pour abréger, dans ce qui suit, je représenterai par la notation

$$(a, b, c, \ldots)$$

le centre des moyennes distances des points $a, b, c, \ldots$.

Cela posé, appliquons ce qui précède à une anallagmatique (courbe cyclique du quatrième ordre).

Étant données une anallagmatique et une droite qui la coupe aux points a, b, c et d, prenons sur cette droite un point quelconque m. Soient α, β, γ, et δ les centres des cercles qui, passant par le point m, touchent l'anallagmatique aux points donnés.

D'après ce que j'ai dit ci-dessus, l'on a

$$(\alpha, \beta, \gamma, \delta) = (m, \mathrm{C}) = (2m, 2\mathrm{C}),$$

C désignant le centre de l'anallagmatique, c'est-à-dire le point milieu de la droite qui joint ses deux foyers singuliers.

Supposons que le point m se confonde avec le point a, α se confond aussi avec ce dernier point, et l'on a

$$(m, \beta, \gamma, \delta) = (2m, 2\mathrm{C}),$$

d'où

$$(\beta, \gamma, \delta) = (m, 2\mathrm{C}).$$

Si maintenant la droite donnée touche l'anallagmatique

au point m, il est clair que le point β devient le centre μ du cercle osculateur de la courbe au point m ; on a donc, γ et δ désignant les centres des cercles qui passent par m, et touchent l'anallagmatique aux deux points où elle est coupée par la tangente en m,

$$(\mu,\gamma,\delta,) = (m,\ 2\,C)\,;$$

soit i le point milieu du segment $\gamma\delta$, on aura

$$(\mu,\ 2\,i,) = (m,\ 2\,C).$$

D'où cette conclusion :

« Soit C le centre d'une anallagmatique, la tangente en » un point m de cette courbe la rencontre de nouveau en » deux points c et d ; soient γ et δ les centres des cercles » qui, passant par le point m touchent la courbe en c et d » et i le point milieu du segment $\gamma\,\delta$; cela posé, si, par » le point m, on mène une droite parallèle à i C, dirigée » dans le même sens et de longueur double, l'extrémité de » cette droite est le centre de courbure de l'anallagmatique » au point m. »

6. Appliquons ce qui précède aux surfaces anallagmatiques (du quatrième ordre) ; je m'appuierai principalement sur la propriété suivante :

En appelant centre d'une surface anallagmatique le centre commun aux trois coniques qui constituent ses ocales singulières, toute section plane de la surface est une anallagmatique plane ayant pour centre la projection sur le plan sécant du centre de la surface.

Cela posé, soit M un point de cette surface et une tangente M T passant par ce point ; soient P et Q les points où cette droite rencontre de nouveau la surface, p et q les centres des sphères qui, passant par le point M, touchent la surface en P et Q.

Si par la droite M T, nous menons un plan sécant quelconque, il coupe la surface suivant une courbe à laquelle on peut appliquer les théorèmes précédents ; remarquons maintenant que le centre de cette courbe est la projection sur le plan sécant du centre de la surface, que les centres

des cercles qui, passant par le point M, touchent la courbe en P et Q, sont les projections des centres des sphères, qui passent par le point M et touchent la surface en P et Q.

D'où les propositions suivantes :

THÉORÈME I. Étant donnée une surface anallagmatique et une droite qui la rencontre aux points a, b, c, d ; soit pris sur cette droite un point quelconque M ; soient, de plus, α, β, γ et δ les centres des sphères qui, passant par M, touchent la surface en a, b, c et d.

Le centre des moyennes distances des points α, β, γ et δ est le point milieu de la droite qui joint les deux points M et C, C désignant le centre de la surface.

THÉORÈME II. Soit M un point quelconque d'une surface anallagmatique, et une droite quelconque M T qui touche la surface en ce point ; la droite M T rencontre la surface en deux points distincts du point M ; soient α et β les centres des sphères qui, passant par le point M, touchent en ces deux points la surface, et I le milieu du segment $\alpha\,\beta$.

Cela posé, si, par le point M, on mène une droite parallèle à I C, dirigée en sens inverse et de longueur double, l'extrémité de cette droite est le centre de courbure de la section faite dans la surface par le plan normal passant par M T.

Sur le genre Abies, par M. E.-C. Bertrand.

Notre but a été de rechercher si l'on rencontre la même disposition des éléments anatomiques dans toutes les espèces d'un groupe naturel, ou si les formes spécifiques présentaient des différences d'organisation en rapport avec la distribution géographique ; enfin s'il était possible de déterminer l'influence des conditions physiques sur la variation ou la fixité de certaines formes considérées tour à tour comme espèces

ou comme variétés par les botanistes. Les Sapins proprement dits nous ont paru se prêter à ce genre de recherches. Les arbres de ce groupe des Abiétinées sont répandus dans les deux continents entre le 30e et le 50e degré de latitude boréale. Quelques espèces d'un aspect particulier sont confinées sur les bords de la Méditerranée (*A. Reginæ Ameliæ*, *A. Numidica*), d'autres sont cantonnées dans l'Himalaya (*A. Pindrow* Spach., *A. Webbiana*. Lindl.), d'autres encore habitent seulement le nord des États-Unis (*A. Fraseri* Pursh., *A. Balsamea* Mill.).

Dans toutes les espèces du genre *Abies* les feuilles sont très-régulièrement implantées sur le rameau; chacune d'elles repose sur un coussinet légèrement renflé; mais suivant que la feuille a ou n'a pas de pétiole, elle présente certaines particularités que nous allons indiquer. Les espèces dont les feuilles sont pétiolées n'ont pas de stomates sur la face supérieure; de plus, toutes celles qui sont implantées sur le même rameau se placent les unes à droite, les autres à gauche, inclinant leur pétiole dans un sens ou dans l'autre. Mais comme par suite de l'implantation de la feuille quelques-unes d'entre elles tourneraient vers le ciel leur face inférieure qui, seule, porte les stomates, le pétiole s'allonge un peu, se renfle et se tord sur lui-même, rejetant vers le sol la face qui porte les organes de la respiration. Notons en passant une différence, conséquence immédiate de cette tendance de la nature à rejeter vers le sol la face de la feuille qui porte le plus de stomates (1); différence qui permet de

(1) Cette tendance se montre d'une manière exagérée dans les feuilles du *Sciadopitys verticillata* S et Z. Dans cette plante si singulière, le faisceau fibro-vasculaire qui sert de point de repère dans la feuille pour déterminer la face inférieure et la face supérieure de cet organe se divise en deux; les deux parties du faisceau encore accolées se tordent sur elles-mêmes et passent dans la feuille; de sorte que leur ligneux est tourné vers le sol, leur parenchyme libérien est au-dessus des fibres ligneuses. Il résulte de cette disposition que la face qui est tournée vers le sol est en réalité la face supérieure de la feuille. Or, au milieu de cette face, il se produit un grand sillon très-profond dont les parois sont blanchâtres. Les organes de la respiration sont logés dans cette gouttière. Nous allons y revenir plus loin.

distinguer les *Picea* à feuilles aplaties des *Abies* à feuilles pétiolées. Chez les *Abies*, d'après ce que nous venons de dire, ce sont les feuilles qui sont à la face supérieure du rameau qui doivent se tordre sur leur pétiole. Chez les *Picea*, au contraire, comme les stomates sont placés seulement à la face supérieure de la feuille, ce sont les coussinets des feuilles qui sont à la partie inférieure du rameau qui subiront sa torsion (la feuille du *Picea* étant dépourvue de pétiole, le coussinet s'allonge et se tord quand il y a lieu). Comparez, en effet, deux rameaux : l'un d'*Abies Nordhmaniana* Link, l'autre de *Picea microsperma*, qui n'est peut-être qu'une variété du *Picea Ajanensis* S et Z. Revenons aux *Abies ;* les espèces dépourvues de pétiole portent toujours des stomates sur la face supérieure, et l'on peut dire que plus il y a de stomates sur cette face, moins la feuille a de pétiole. Dans ce cas, chaque feuille est perpendiculaire sur le rameau qui la porte.

Les feuilles des Abies sont aplaties, elles portent deux bandelettes blanches à la face inférieure, ce sont les bandelettes de stomates. Quelques espèces, toutes américaines ou méditerranéennes, présentent des stomates sur la face supérieure ; chez ces espèces, ainsi que nous l'avons déjà indiqué, le pétiole manque, le coussinet est alors un peu plus saillant. Les stomates sont réunis en files, et ces files rapprochées les unes des autres forment les bandelettes (1).

---

(1) Nous appelons *bandelette* une réunion de files de stomates non séparées par des faisceaux de fibres épaissies sous-épidermiques. Nous appelons *groupe* une réunion de files de stomates séparées par des faisceaux de fibres épaissies sous-épidermiques, les files sont assez rapprochées dans ce cas. Un mot sur la localisation des organes de la respiration dans le groupe des *Gymnospermes* : ou bien les stomates sont placés sur la tige, ou bien, et cette disposition est de beaucoup la plus générale, sa feuille porte les organes de la respiration. Le tableau ci-après montre les principales dispositions que l'on peut rencontrer dans ce second groupe.

I. Les stomates sont épars :

Sur les deux faces de la feuille.	?
Sur la face inférieure.	*Ginko biloba.*
— supérieure.	?

Passons maintenant à l'étude des éléments anatomiques de la feuille. La nervure est toujours bifide, toujours aussi nous rencontrons deux lacunes foliaires gorgées de résine. Ces lacunes foliaires sont circonscrites par des fibres longues, lisses, à parois minces et gorgées elles aussi de résine; par les progrès de la végétation il semble que le contenu de ces longues fibres lisses se déverse dans le grand réservoir qu'elles enveloppent. Quelquefois, ces lacunes sont accolées à l'épiderme de la face inférieure; parfois elles sont enveloppées de toutes parts par le parenchyme rameux. Signalons un dernier élément que nous aurons souvent à considérer dans la distinction des espèces du genre *Abies*. Ce sont les fibres à parois épaisses qui se développent généralement sous l'épiderme supérieur, sur les bords de la feuille, au-dessus et au-dessous de la nervure (1). Ces fibres qui

---

II. Les stomates sont réunis en files distinctes :

Sur les deux faces de la feuille.	*Podocarpus pedunculata.*
Sur la face inférieure.	*Podocarpus macrophylla.*
— supérieure.	Quelques *Pins* à 5 feuilles.

III. Les stomates sont localisés en files qui forment des groupes :

Sur les deux faces de la feuille.	La plupart des *Picea.*
Sur la face inférieure.	?
— supérieure.	*Picea Ajanensis.*

IV. Les files de stomates forment des bandelettes :

Sur les deux faces de la feuille.	?
Sur la face inférieure.	*Abies. Tsuga.*
— supérieure.	?

V. Chaque stomate s'enrichit d'une poche respiratoire propre. Bandes respiratoires :

Sur les deux faces.	?
Sur la face inférieure.	*Torreya.*
— supérieure.	*Sciadopitys verticillata.*

(1) Dans une prochaine note nous insisterons plus longuement sur l'importance de cet élément anatomique et sur les modifications qu'il présente. Ainsi, chez les *Torreya*, cet élément remplace l'épiderme excepté dans les bandes respiratoires. Chez le *Podocarpus macrophylla,* sous l'épiderme est une couche épaisse continue de fibres épaissies sous-épidermiques, parallèles à la nervure; elles forment des faisceaux distincts contre la face inférieure de la feuille. Signalons la couche continue de tubes lisses à parois épaisses perpendiculaires à la nervure, et ressemblant beaucoup à ces

ressemblent beaucoup aux fibres libériennes, se développent aussi quelquefois dans le parenchyme rameux, et l'on peut alors suivre l'un de ces éléments à travers les méats intercellulaires à des distances relativement considérables ; toujours alors ces éléments sont parallèles à la nervure. Les fibres à parois épaisses sont tantôt isolées, tantôt réunies en faisceaux plus ou moins volumineux.

Il entre trois paires de cellules dans la constitution de chaque stomate ; les deux paires superficielles sont toujours fournies par l'épiderme (1).

Nous venons de voir les caractères des *Abies proprement dits*, mais ce point acquis, grand fut notre embarras, en présence d'opinions très-différentes émises par les botanistes au sujet des limites des genres du groupe des *Abiétinées*, les uns séparant les *Abies*, les *Picea*, les *Tsuga*, les *Cedrus*, les *Larix* ; tandis que d'autres ne font qu'un seul genre de la tribu tout entière, le genre *Pinus*. C'est alors que nous avons entrepris une série de recherches pour savoir si, en dehors des caractères empruntés aux organes de la fructification, on pourrait en trouver d'autres justifiant les anciennes divisions.

Frappé tout d'abord du port particulier des Sapins, des Tsuga, des Picea, c'est par ces trois genres que nous avons commencé notre étude. Une feuille de Sapin étant donnée, était-il possible de la distinguer de celles qui appartiennent aux Tsuga et aux Picea? Pour plus de simplicité, indiquons seulement les caractères généraux des feuilles de ces trois genres.

Les feuilles des *Abies* sont aplaties, à nervure bifide, avec deux lacunes foliaires marginales. Les stomates sont localisés

---

fibres épaissies, que l'on rencontre chez les *Podocarpus* et chez les *Cycas*. On rencontre ces fibres épaissies dans la plupart des *Gymnospermes*. Chez quelques *Diospyroïdées* et chez une Composée, le *Chiquraga indignis* qui nous a été communiquée par M. le docteur Jullien.

Nous appellerons *fibres libériformes* ces cellules épaissies.

(1) Nous reviendrons dans une prochaine note sur la structure des organes de la respiration chez les Gymnospermes.

dans 2 bandelettes placées à la face inférieure de la feuille. Chaque stomate est formé par trois paires de cellules.

Les feuilles des *Tsuga* sont aplaties, à nervure simple, avec une seule lacune foliaire située sous la nervure. Les stomates sont localisés dans deux bandelettes à la face inférieure de la feuille. Chaque stomate est formé par deux paires de cellules.

Les feuilles des *Picea* ne sont que rarement aplaties, presque toujours elles sont tétragones, dépourvues de pétiole, à coussinet saillant. La nervure est simple; les lacunes foliaires sont marginales et épidermiques. Il y a des stomates sur la face supérieure; quelquefois la face inférieure en est absolument dépourvue ; la structure du stomate est la même que chez les *Abies* proprement dits (1).

Ainsi que nous venons de le voir, il est possible, par l'étude des éléments anatomiques de la feuille d'une espèce quelconque appartenant à l'un de ces trois groupes, de déterminer à quel genre elle appartient. L'étude des éléments anatomiques de la feuille nous permet non-seulement de distinguer les genres; mais encore les espèces. C'est ainsi que nous avons pu distinguer l'une de l'autre toutes les espèces du genre *Abies*. En poursuivant le cours de ces recherches, nous avons été conduit parfois à rapprocher ou même à réunir certaines espèces que les botanistes éloignaient et séparaient avec soin. Quelquefois, au contraire, nous avons éloigné des types que les pépiniéristes surtout avaient confondus, mais un fait sur lequel j'appellerai l'attention, c'est que le voyageur qui partirait des *Montagnes Rocheuses* entre le 30e et le 50e degré de latitude boréale, traversant les États-Unis, l'Europe méridionale ou le nord de l'Afrique, l'Asie, le Japon, la Californie; ce voyageur, disons-nous, aurait vu toutes les espèces du genre *Abies* dans l'ordre même où les place la classification basée sur l'étude des éléments anatomiques de la feuille. Les *Picea*, les *Tsuga*, les *Cedrus*

---

(1) Entre l'épiderme et le suber des Picea, il se développe du parenchyme rameux et une couche continue de fibres épaissies immédiatement sous l'épiderme, l'ensemble de ces deux couches forme la *couche dermique* de la tige.

présentent des faits du même ordre; encore quelques données et leur étude sera complète. Le tableau ci-après montre les différences qui permettent de distinguer entre elles les espèces du genre *Abies* (1).

Les feuilles du genre *Abies* sont aplaties à nervure bifide; elles portent à la face inférieure deux bandelettes de stomates; il entre trois paires de cellules dans la constitution de chaque stomate, les deux paires superficielles sont fournies par l'épiderme ; il y a toujours deux lacunes foliaires marginales.

Les *Abies* se divisent en deux groupes.

(α) Les *Abies* qui ont deux lacunes foliaires épidermiques.
(β) — — non épidermiques.

(α) *Abies* avec lacunes foliaires épidermiques.

(1) Avec stomates à la face supérieure de la feuille.

A. Grandis Lindl. 14 files de stomates à la face supérieure, 10 files par bandelettes (Californie).

A. Reginæ Ameliæ, 12 files de stomates à la face supérieure, 7 files par bandelette (Grèce).

L'*Abies Baborensis* Ball en est une simple variété (Algérie).

A. Numidica, quelques stomates 9-15 dans une petite dépression triangulaire à l'extrémité supérieure de la feuille (Algérie).

(2) Sans stomates à la face supérieure.

(a) *A. Webbiana* Lindl. 2-3 sortes de feuilles (Himalaya).

(b) Une sorte de feuille.

(b') 7 files de stomates par bandelette.

(b'_1) Épiderme peu épais.

A. Pindrow Spach (Himalaya).

(b'_2) Épiderme épais.

A. Cephalonica Loud. : la couche formée par les fibres à parois épaisses sous-épidermiques est continue (Céphalonie).

---

(1) Dans une prochaine note nous donnerons les *Tsuga*, les *Picea*, les *Cedrus* et les *Larix*.

L'*Abies Apollinis* Link de l'Attique en est une variété.

A. Nordhmaniana Lindl. : les fibres à parois épaisses forment des faisceaux distincts sous-épidermiques (Asie-Mineure).

L'*Abies Pectinata* du Caucase et de l'Europe méridionale en est une variété.

A. Cilicica + Il n'a pas de fibres à parois épaisses sous-épidermiques (Taurus).

(b'') Plus de 10 files de stomates par bandelette.

A. Bifida S et Z : la couche formée par ses fibres libériennes à parois épaisses sous-épidermiques est continue. Quelques-unes de ces fibres parallèles à la nervure sont dispersées dans le parenchyme rameux (Japon).

A. Bracteata Hook et Arnost : les fibres à parois épaisses forment une couche continue sous l'épiderme (Californie).

A. Gordoniana + : les fibres à parois épaisses forment une couche discontinue sous l'épiderme.

(β) Lacunes foliaires non épidermiques.

(1) Avec stomates à la face supérieure.

A. Pinsapo Boiss. : 12 files de stomates à la face supérieure, faisceaux de fibres à parois épaisses sous-épidermiques (Espagne méridionale).

A. Fraseri Pursh. : 6 files de stomates à la face supérieure, faisceaux de fibres à parois épaisses sous-épidermiques (Amérique).

L'*Abies amabilis* de Forbes est une variété de l'*Abies Fraseri* (Amérique).

A. Balsamea Mill. : 2-3 files de stomates à la face supérieure dans le sillon médian. Il n'y a pas de fibres à parois épaisses sous-épidermiques (Amérique).

(2) Sans stomates à la face supérieure.

A. Nephrolepis Max. : faisceaux volumineux distincts de fibres à parois épaisses sous-épidermiques (Asie centrale).

A. Siberica Ledeb. : pas de fibres à parois épaisses sous-épidermiques (Altaï).

(b) Plus de 7 files de stomates par bandelette.

A. Firma S et Z : les fibres à parois épaisses forment sous l'épiderme une couche continue (Japon).

L'*Abies brachyphylla* (Max) est une variété de l'*Abies Firma.*

A. Weitchii + les fibres à parois épaisses forment des faisceaux distincts (Japon).

Espèces non étudiées.

A. Religiosa.	*A. Microphylla.*	*A. Holophylla.*
A. Hirtella.	*A. Homolepis.*	
A. Falcata.	*A. Lasiocarpa.*	

L'espèce étudiée sous le nom de *Abies nobilis* n'était pas authentique.

Tableau montrant la concordance de la classification précédente et de la distribution géographique des espèces du genre Abies.

1er Type (α)		2e Type (β)	
A. Grandis	Mgnes roch.	*A. Amabilis* ou	Mgnes roch.
A. Reginæ Ameliæ ou	Grèce.	*A. Fraseri*	Pensylvanie.
A. Baborensis	Algérie.	*A. Pinsapo*	Espag. mér.
A. Numidica	Algérie.	*A. Balsamea*	New-York.
A Cephalonica ou	Céphalonie.		
A. Apollinis	Attique.		
A. Nordhmaniana ou	Asie Mineure.		
A. Pectinata.	Caucase.		
A. Cilicica	Taurus.		
A. Pindrow	Himalaya.	*A. Nephrolepis*	Asie centr. ?
A. Webbiana	Himalaya.	*A. Siberica*	Altaï.
A. Bifida	Japon.	*A. Firma* ou	Japon.
A. Gordoniana	?	*A. Brachyphylla*	Japon.
A. Bracteata	Californie.	*A Weitchii*	Japon.

Tableau pour déterminer rapidement les espèces du genre Abies.

- **Des stomates à la face supérieure**
  - plus de 8 files de stomates à la face supérieure
    - 10 files de stomates par bandelette. — *A. Grandis* Lindl.
    - 7 files de stomates par bandelette.
      - Deux lacunes foliaires épidermiques. — *A. Reginæ Ameliæ.*
      - — — non épidermiques. — *A. Pinsapo* Boin.
  - 6 files de stomates à la face supérieure de la feuille. — *A. Fraseri* Purst.
  - 2 — — — — dans le sillon médian. — *A. Balsamea* Max.
  - Quelques stomates formant un petit amas triangulaire à l'extrémité de la feuille. — *A. Numidica.*
- **Pas de stomates à la face supérieure.**
  - pl. d. 7 files de stomates par bandelette.
    - lacunes foliaires épidermiques
      - fibres à parois épaisses dans le parenchyme rameux — *A. Bifida* S. et Z.
      - pas de fibres épaissies dans le parenchyme rameux.
        - la couche de fibres épaissies sous-épidermiques est continue. — *A. Bracteata* Hook.
        - la couche de fibres épaissies sous-épidermiques discontinue. — *A. Gordoniana.*
    - lacunes foliaires non épidermiques.
      - la couche de fibres épaissies sous-épidermiques est continue. — *A. Firma* S. et Z.
      - la couche de fibres épaissies sous-épidermiques discontinue. — *A. Weitchii.*
  - 7 files de stomates par bandelette.
    - lacunes foliaires épidermiques
      - Deux sortes de feuilles. — *A. Webbiana* Lindl.
      - une sorte de feuille
        - épiderme peu épais. — *A. Pindrow* Spach.
        - épiderme épais.
          - fibres épaissies sous-épidermiques en couche continue. — *A. Cephalonica* Loud.
          - fibres épaissies sous-épidermiques en couche discontinue. — *A. Nordhmaniana* Lind.
          - pas de fibres épaissies sous l'épiderme. — *A. Cilicica.*
    - lacunes foliaires non épidermiques.
      - il y a des faisceaux de fibres épaissies sous l'épiderme. — *A. Nephrolepis* Max.
      - il n'y a pas de faisceaux de fibres épaissies sous l'épiderme. — *A. Siberica* Ledeb.

Aperçu de quelques résultats de plusieurs voyages scientifiques, par M. Grandidier.

C'est à la fin de 1857 que le Ministre de l'Instruction publique me confiait une première mission. Cette mission avait pour objet de résoudre, dans l'Amérique du Sud, certaines questions de physique du globe.

Dès le début, je fus obligé, par suite de circonstances indépendantes de ma volonté, et à mon grand regret, de modifier le plan primitif de mes recherches pour m'occuper plus spécialement de minéralogie et de géologie. Mon intention n'est pas de vous donner un aperçu d'un voyage qui n'a pas duré moins de deux ans. Il me suffira de vous dire que j'ai franchi cinq fois les Cordillères, que j'ai visité successivement les régions les moins connues du haut et du bas Pérou, de la Bolivie, du Chili, du Brésil et que j'ai traversé les Provinces Argentines dans toute leur largeur de l'O. à l'E.

J'avais formé le projet de descendre le Purus ou Madre de Dios jusqu'à l'Amazone. Ce voyage, s'il eût réussi, eût eu pour les sciences géographiques, comme pour l'histoire naturelle, le plus grand intérêt. J'espérais faire plus de 1500 kilomètres dans un pays totalement inconnu.

Les fatigues et la maladie qui m'ont enlevé les deux tiers de mon escorte, et qui ont réduit les survivants à l'impuissance, ne m'ont pas permis de mener cette entreprise à bonne fin, malgré tous mes efforts.

Des renseignements nombreux sur des pays peu connus, un ensemble varié d'objets précieux pour la science, soit par leur nouveauté, soit par leur rareté, ont été le fruit de ce voyage qui ne fut pas toujours sans fatigues et sans périls.

Aux premiers jours de 1862, une seconde mission m'envoyait dans les Indes. La géographie et la zoologie m'ont offert peu de sujets intéressants d'étude. Je m'y suis plus particulièrement occupé de suivre les transformations successives qu'a subies l'architecture indienne depuis les temps les plus reculés jusqu'à nos jours, et de rechercher dans les ruines si nombreuses et si intéressantes qui couvrent ce vaste empire, les causes de la substitution des cultes orgiaques à la religion plus pure et plus philosophique du védisme et du bouddhisme. Les recherches linguistiques et archéologiques auxquelles j'ai dû me livrer m'ont occupé les deux années que j'ai passées dans l'Inde.

Ma santé, fortement ébranlée par des fièvres paludéennes contractées dans les jongles de Ceylan où j'étudiais les monuments bouddhistes du IIIe siècle avant Jésus-Christ, ne me permettant plus de résider dans l'Inde, j'allai échouer à Zanzibar, où j'ai recueilli, dans les intervalles de répit que me laissait la maladie, quelques collections qui n'ont pas été sans intérêt pour la science.

Mais je ne veux pas m'étendre plus longtemps sur mes premiers pas dans la carrière des voyages. Jeune et plein encore d'illusions, je m'imaginais, bien à tort, que tous les pays lointains devaient m'offrir une ample moisson de découvertes et qu'il n'y avait qu'à parcourir le monde pour rapporter les matériaux d'un travail utile à la science. Je m'étais trompé.

Il en est des voyages comme de toute autre carrière scientifique, car ce n'est pas, croyez-le bien, Messieurs, sans des études préliminaires fort longues ni sans une expérience acquise souvent à très-haut prix, qu'on arrive à savoir diriger une exploration et qu'on peut en tirer tout le parti désirable, quelque fertile du reste que puisse être le sol que l'on fouille. Ce n'est que peu à peu que mon éducation de voyageur s'est faite, et c'est seulement après avoir pris pied à Madagascar, après en avoir étudié sur place la faune, la flore, la langue et les mœurs, que j'ai pu exploiter utilement la mine si riche qui était ouverte devant moi. Aussi, passant sous silence les divers autres pays que j'ai visités, je vous amène de suite avec moi à la grande île africaine où j'ai résidé pendant la majeure partie des cinq dernières années.

La carte qui est sous vos yeux et que j'ai dressée à la hâte vous montre l'ensemble de mes itinéraires. Ce n'est du reste qu'une simple esquisse dessinée à grands traits, qui est appelée à subir de nombreuses et importantes modifications.

De tous les ouvrages que nous possédons sur la grande île africaine, l'*Histoire de Madagascar* par Flacourt, seule, peut être consultée avec fruit. L'*History of Madagascar*, de Mr Ellis, n'est que l'histoire du peuple Ova ; au milieu de chapitres intéressants et véridiques, on y trouve de grossières erreurs.

Quant à M. Leguevel de Lacombe, dont les géographes ont accepté sans conteste les assertions mensongères, il a présenté comme le récit véridique de ses voyages un pur roman tiré de son imagination.

En dehors des relations des divers auteurs qui ont parcouru, et toujours par la même route, les 30 ou 35 lieues qui séparent Tamatave de Tananarive, et de ceux qui ont résidé dans quelques villes de la côte Est, on n'avait jusqu'à ce jour, pour construire les cartes de Madagascar, que les données fantastiques de M. Leguevel de Lacombe. Vous voyez, Messieurs, qu'il n'y a pas

d'exagération lorsque je dis que la carte tout entière était à faire.

Ce fut en 1865 que j'entrepris mon premier voyage à Madagascar. Je débarquai à la Pointe-à-Larrée, en face de notre petite colonie de Sainte-Marie.

Je n'ignorais pas que les Ovas s'étaient toujours opposés à ce que des étrangers parcourussent l'intérieur de l'île ; mais confiant dans l'expérience acquise au contact des nombreuses tribus sauvages avec lesquelles je m'étais si souvent trouvé en rapport dans mes voyages antérieurs, je comptais pouvoir déjouer la surveillance des chefs, et pénétrer au cœur même du pays. J'avais choisi, comme point de départ pour mon exploration, la côte N.-E. de Madagascar, dans le double but d'éviter la route déjà connue de Tamatave à Tananarive, et de ne pas appeler l'attention de la reine ova sur moi et mes recherches. Mes prévisions furent trompées, et mon voyage ne produisit aucun des résultats que je m'en étais promis.

La méfiance qu'ont toujours montrée les Ovas à l'égard des Européens était encore surexcitée, en 1865, par la réclamation d'indemnité que faisait notre marine au nom de la France. M'entourant d'une surveillance incessante, les gouverneurs des provinces N.-E. m'opposèrent à chaque pas des obstacles insurmontables. Je ne pus me livrer à aucun travail topographique.

Je retournai à Sainte-Marie, et la goëlette du Gouvernement local me transporta à Mananhara, village situé un peu au Nord du cap Bellone, à l'entrée de la baie d'Antongil. Là, mêmes difficultés. Pour unique faveur, j'obtins l'autorisation de revenir à la Pointe-à-Larrée, en suivant la côte ; la distance n'est que d'une cinquantaine de milles !

Les résultats négatifs de cette première exploration m'amenèrent tout naturellement à tourner les yeux vers d'autres contrées pour mes prochains voyages. Je choisis la région australe. Les pays Antandrouï, Mahafale et Sakalave, qui sont situés au S. et à l'O. de Madagascar, sont réputés dangereux par le caractère rapace et sauvage de leurs habitants, mais ils sont indépendants des Ovas et j'avais l'espoir de n'y pas rencontrer les mêmes obstacles que sur la côte Est. Aucun géographe, aucun naturaliste (1) n'avait visité ces contrées.

Je m'embarquai, le 6 juin 1866, sur la rade de Saint-Denis, à

---

(1) M. Peters, seul, avait passé quelques jours en rade de Tulléar.

bord du trois-mâts barque l'*Infatigable*, un des quatre navires qui, depuis quelques années, se hasardaient à trafiquer, du Fort-Dauphin à Mouroundava, sur les côtes inhospitalières du Sud et de l'Ouest de la grande île africaine; le 11, l'ancre était jetée devant le cap Sainte-Marie.

C'était la première année que des navires osaient s'aventurer à mouiller sur cette côte aride. Une ligne de dunes dénuées de végétation, des bancs de rochers qui s'étendent à fleur d'eau à une grande distance du rivage et qui sont continuellement battus par les vagues d'une mer furieuse, aucune trace d'habitation; rien ne semble, en effet, devoir attirer des navires en ce pays déshérité.

L'*Infatigable*, à tout hasard, venait tâcher d'y réunir un chargement d'orseille, ce lichen tinctorial qui forme la principale richesse des côtes sud et sud-ouest et qui croît en abondance sur l'écorce des arbustes épineux et rabougris caractéristiques de ces déserts.

L'attérissage est des plus difficiles sur cette côte, où les raz de marée se succèdent presque sans interruption.

Ce pays est habité par les Antandrouïs, tribu indépendante des Ovas et soumise à l'autorité de plusieurs petits chefs qui sont continuellement en guerre les uns avec les autres. Il s'étend environ de 42° 30' à 44° 20' de longitude est, sur une profondeur variable de 40 à 50 milles. Le séjour y est peu sûr; les guerres civiles y sont incessantes, et la rapacité de ces pauvres êtres qui croupissent depuis des siècles dans la misère et la pénurie des choses les plus nécessaires à l'homme, est réellement incroyable.

Du cap Sainte-Marie, je me rendis à Masikoura, puis à Tulléar. C'est pendant ce voyage que j'ai reconnu que le Mangouka ou Saint-Vincent, l'un des principaux fleuves de Madagascar, avait son embouchure 30 milles plus au Nord qu'elle n'était marquée sur toutes les cartes; j'ai pu aussi, à la même époque, fixer la position d'une trentaine de villages sur cette côte qu'aucun voyageur n'avait encore explorée. Mon excursion au pays des Antanosses émigrés m'a permis de déterminer à quelle formation géologique appartiennent la région australe et la région occidentale de Madagascar; les Nérinées et autres fossiles caractéristiques de la formation jurassique que j'y ai recueillis ont prouvé l'existence de terrains secondaires qui couvrent une vaste étendue dans cette île et supportent une bande étroite de terrain nummulitique; n'ignorant pas les difficultés sans nombre qui devaient entraver mes recherches au milieu d'une population cruelle et superstitieuse, et les dangers que je pouvais courir dans un pays où, pendant les vingt dernières années, plusieurs navires ont été pillés, et l'équipage entier massacré, je n'avais pensé, dans cette première exploration, qu'à

préparer les voies pour un voyage ultérieur. Je n'avais pris avec moi que le bagage le plus restreint : un petit sextant avec son horizon artificiel, un baromètre et des scalpels. Ce n'est qu'à la hâte et à la dérobée que j'ai pu faire quelques observations méridiennes.

Après ce second voyage, je revins passer quelques mois en France pour y prendre les instruments nécessaires aux travaux que je comptais entreprendre. Il y avait cinq ans et demi que j'étais absent d'Europe.

Je me munis d'un théodolite à boussole, d'un sextant, d'un chronomètre de poche, d'une bonne montre à secondes, d'une boussole d'inclinaison, d'une boussole d'intensité et d'un magnétomètre, d'un baromètre Gay-Lussac, d'un baromètre anéroïde, de plusieurs thermomètres dont un à *minima* et un à *maxima*, d'un psychromètre, et de tous les instruments nécessaires à la mensuration des individus et à la préparation des objets d'histoire naturelle.

C'est le 9 novembre 1867 que, chargé à nouveau d'une mission scientifique, j'ai quitté la France; mais ce ne fut qu'en mai 1868 que je trouvai un navire à destination de la côte ouest de Madagascar, l'*Infatigable*.

Ce trois-mâts barque devait d'abord toucher à Yaviboule, port de la côte Sud-Est que fréquentent de temps en temps quelques caboteurs de la Réunion. Dans la crainte de dépaler à cause des courants violents qui portent au Sud dans ces parages, nous vînmes atterrir à la bouche de la rivière de Farafangane, et j'ai pu, grâce à cette circonstance, constater que les noms des rivières situées entre Farafangane et le Fort-Dauphin étaient mal placés sur les cartes; je les ai rectifiés.

D'Yaviboule, nous fîmes route directement pour Tulléar, ville qui devait être pendant quelques mois le centre de mes opérations. J'y suis arrivé le 20 juin 1868. Mon premier soin fut d'aller visiter le roi de Fihérène, Lahimerisa, que j'avais connu à mon voyage précédent et avec qui je contractai le serment du sang. Je savais que les Sakalaves m'avaient attribué, en 1866, la réputation de sorcier, et je voulais, dès mon arrivée, mettre le roi dans mes intérêts à force de cadeaux. Bien m'en prit, car j'eus, pendant mon séjour dans l'Etat de Fihérène, de nombreux kabars ou procès publics sous la prévention de sorcellerie, et ce ne fut que grâce à la protection royale que je pus en sortir sain et sauf.

Je dois vous dire, Messieurs, qu'aucune accusation n'est plus dangereuse dans les contrées sauvages indépendantes des Ovas que celle de sorcellerie. Si le prétendu crime est prouvé, une mort immédiate est la punition du coupable. Je ne sache pas

qu'il existe un peuple plus stupidement superstitieux que les Malgaches. Pour les Sakalaves, comme pour les autres tribus, aucun fait n'arrive naturellement; bonheur et malheur, tout est dû aux sorts et aux talismans. Que de tracas et d'ennuis m'ont causés journellement les habitants de la côte Ouest par suite des craintes absurdes qu'ils éprouvent contre les sorciers! Or, est sorcier tout individu qui se distingue d'autrui par ses actions ou ses paroles; je vous laisse à penser si un voyageur qui passe sa journée à prendre des informations, à écrire, à regarder les astres, à causer avec le bon Dieu, comme ils disaient dans leur idiome pittoresque, ou à manier une foule d'instruments plus extrordinaires les uns que les autres et à collectionner des peaux d'animaux, à plonger des reptiles dans l'alcool, ne donne pas prise aux soupçons, et n'est pas à leurs yeux un de ces monstres qu'on ne saurait trop craindre et contre qui il est bon de prendre toute précaution.

Je connaissais leurs mœurs et leurs lois, et je vivais de leur vie, je m'étais attiré ou plutôt j'avais acheté la bienveillance des chefs et du peuple, et cependant je ne pourrai jamais dire quelles difficultés j'ai éprouvées, dans certains cas, à poursuivre mes études, quels obstacles insurmontables m'ont empêché, en d'autres circonstances, d'arriver au but que je poursuivais cependant avec persévérance. Si l'intérêt n'était le motif le plus puissant de leurs actions, j'eusse certainement été réduit à l'impuissance la plus absolue.

Le village du roi est situé sur le bord de la rivière Manoumbe; c'est en revenant à Tulléar que j'eus le bonheur de découvrir à Ambolintsatre un gisement considérable d'ossements fossiles parmi lesquels j'ai trouvé une nouvelle espèce d'Hippopotame (*Hippopotamus Lemerlei*, nob.), presque toutes les pièces du squelette de la patte du colossal oiseau l'*Æpyornis maximus*, et deux Tortues gigantesques (*Testudo abrupta*, nob., et *Emys gigantea*, nob.)

De retour à Tulléar, je me suis occupé de lever le plan de la baie de Saint-Augustin. J'avais tout d'abord à mesurer une base qui pût me servir de point de départ pour les relèvements trigonométriques que je me proposais de faire en traversant Madagascar, de Saint-Augustin à Yaviboule, et aucun lieu ne pouvait mieux me convenir pour cette mesure. A l'aide de la vitesse de propagation du son, j'obtins une base de onze milles environ, et je commençai aussitôt l'hydrographie de la rivière Anhoulahé ou Saint-Augustin. Par malheur, une fois à Saloubé, au moment où, sorti sain et sauf des mains des Mahafales et arrivé chez une peuplade amie, je croyais ne plus avoir de difficultés à redouter

pour la suite de mon voyage, je fus tout à coup arrêté par la guerre qui éclata inopinément, en octobre 1868, entre les Antanosses et les Bares.

Les Antanosses émigrés étaient, des habitants de ces régions, les seuls chez qui je pouvais trouver des porteurs pour mes bagages scientifiques et sur lesquels je pusse compter pour m'accompagner jusqu'à la côte est; or, non-seulement tous les hommes valides durent prendre part aux combats quotidiens, mais leurs ennemis coupaient la route que je devais suivre. Les Antandrouïs, les Mahafales et les Bares sont des tribus adonnées au pillage, au vol et au meurtre ; me mettre entre leurs mains avec mes marchandises de troc et mes instruments de géodosie, c'eût été signer mon arrêt de mort. J'en puis parler par expérience, ayant été pillé par les Mahafales et ne m'étant pas tiré de leur mains sans peine ni sans danger.

J'attendis quelques semaines chez les Antanosses; rien ne changea dans l'état des choses, et les fièvres m'ayant beaucoup affaibli, je dus me résigner à retourner à Tulléar, où je pouvais trouver quelques secours.

Ainsi se termina malheureusement la première tentative que je fis pour traverser l'île de l'ouest à l'est.

Ce n'est qu'après une assez longue convalescence que j'ai pu reprendre mes travaux géodésiques.

J'avais d'abord à visiter le grand lac salé de Tsimananpetsoutse, qui est situé à deux lieues de la côte Mahafale. Le pays est si dangereux que je n'osai pas m'y aventurer avec mes instruments ni avec aucun objet qui pût tenter la cupidité des indigènes; aussi n'est-ce qu'une rapide reconnaissance que j'ai poussée jusque-là pour m'assurer de l'existence de ce lac dont j'avais souvent entendu parler.

J'ai entrepris ensuite l'hydrographie de la rivière Fihérène. Les persécutions ont recommencé, et les chefs du pays ont arrêté mes travaux à 15 milles de la côte environ.

Je n'avais plus rien à faire sur ces côtes inhospitalières où, malgré une patience à toute épreuve et des efforts continuels, la position devenait chaque jour moins tenable; j'ai quitté la baie de Saint-Augustin au mois de février 1869 pour me rendre au Ménabé.

Tous le long du voyage, j'ai pris de nombreuses latitudes, de manière à rectifier les points les plus importants de la côte ; j'ai ainsi fixé à nouveau la position de douze villages, et j'ai noté avec soin les noms des baies et des criques.

La saison pluvieuse était arrivée ; à cette époque de l'année, les voyages deviennent impossibles. Des nuées de moustiques et de

guêpes envahissent la côte ouest, et les débordements des rivières rendent les chemins impraticables. J'hivernai au village d'Amboundrou qui est situé à l'embouchure du Mouroundava, et je mis le temps à profit pour compléter mes collections.

Dès que le temps me permit de recommencer mes travaux géographiques, j'entrepris l'hydrographie du Tsidsoubon et du Manamboule qu'on m'a assuré être les deux branches d'un même fleuve, le Mania; il ne m'a pas été donné de remonter à plus de 20 milles de la mer le cours de ces rivières. Malgré les cadeaux que j'ai libéralement distribués au roi sakalave et à ses chefs, je n'ai pu franchir cette limite.

En m'avançant vers le N., j'ai éprouvé des difficultés de plus en plus grandes; il m'a été complétement impossible de pénétrer dans l'intérieur du Maïlak, du Marah et du Milanza, trois petits états sakalaves indépendants qui sont compris entre le cap de Saint-André et 18° 20' de latitude sud. Ma réputation de sorcier dangereux m'avait précédé dans ces pays, et j'y fus en butte aux hostilités des négriers arabes qui y font la traite et nourrissent une haine profonde contre les Européens, ainsi qu'aux vexations des Sakalaves du Nord qui obéissent à leur influence. Après des tribulations de toutes sortes, il fallut me résigner à quitter ces parages et à gagner Nosibé. J'ai pu toutefois jeter, en passant, un coup d'œil sur cette côte encore inconnue et recueillir quelques documents qni ne sont pas sans intérêt; j'en ai fixé astronomiquement les principaux points.

De Nosibé, je suis venu à Madsanga, d'où j'ai réussi à monter à la capitale ova. Mon voyage a duré vingt-six jours. Je tenais beaucoup à suivre cette route, parce qu'elle s'écarte peu du cours d'une des principales rivières de Madagascar, le Betsibouka, et qu'il m'avait souvent été dit qu'on pouvait remonter ce fleuve en pirogue jusqu'auprès de Tananarive; j'avais pensé, sur la foi de ces renseignements, qu'il ne serait peut-être pas malaisé d'ouvrir de ce côté une voie de communication sûre et facile entre la côte et la province d'Emirne. Je me suis convaincu que le Betsibouka n'est pas navigable au delà de sa jonction avec l'Ikioupa.

La route qui mène de Madsanga à Tananarive passe par les pays les plus désolés, les plus stériles et les plus déserts qu'on puisse imaginer. On marche d'abord pendant 7 jours et demi à travers des plaines de formation secondaire qui sont arides, couvertes d'arbustes rachitiques et parsemées, çà et là, de lataniers.

Dès qu'on atteint la grande chaîne granitique qui s'étend du 22e degré environ de latitude sud jusqu'au port Radama, on ne trouve plus pendant treize à quatorze jours qu'une mer de monta-

gnes sans un arbre, sauf les quelques rares bouquets qui sont accrochés à des ravins, sans une plante autre qu'une herbe grossière. Ce pays n'est pas et ne peut pas être peuplé.

La ville de Tananarive est située dans une grande vallée, semée de collines, qui est admirablement cultivée en riz et extraordirement peuplée. Cette plaine peut mesurer environ 18 milles de longueur sur 10 milles de largeur. Grâce au premier ministre Rainilaiarivony, j'ai pu faire la carte de la province d'Émirne qui est habitée par les Ovas, et dont Tananarive est la capitale; j'ai pris 7 tours d'horizon donnant un total de 357 relèvements. La base que je me suis procurée par des observations astronomiques mesure environ 36 milles; j'ai choisi pour les extrémités de cette base deux montagnes situées presque sur le même méridien, dont l'une d'elles, le pic le plus élevé du massif d'Ankaratra, est la plus haute de toute l'île, et mesure plus de 2000 mètres d'altitude.

De retour à Tananarive, je me suis rendu au plateau d'Ankaye que j'ai suivi jusqu'à la source du Mangoure, la plus grande des rivières de la côte Est. Puis, traversant quelques montagnes, j'ai pu étudier la grande vallée habitée par les Antsianakes, où se trouve le lac le plus important de Madagascar, Alaoutre. J'ai dressé, au moyen de 150 relèvements à la boussole, une carte du pays antsianak. Je suis revenu à la capitale ova à travers la région de montagnes qui borne le plateau d'Ankaye à l'Ouest. Il m'a fallu vingt-trois journées de marche pour accomplir ce voyage.

Je partis ensuite de Tananarive le 27 novembre pour me rendre à Amboundrou, sur la côte Ouest. Je traversai une partie du pays des Betsileos; il est plus peuplé que les contrées que j'avais parcourues en venant de Madsanga. Les arbres n'y sont pas plus communs, et il faut le plus souvent aller à trois ou quatre journées de marche des divers villages pour quérir le bois nécessaire aux constructions; mais les petites vallées formées par les innombrables torrents qui coupent en tous sens ces montagnes granitiques, y sont un peu plus larges, et on peut y cultiver le riz.

Le chemin descend d'abord droit dans le Sud pendant 90 milles environ, puis il tourne vers l'Ouest; je traversai les forts ovas d'Étremo, d'Ambohinomé et de Zanzine. Là se termine cette mer de montagnes que je n'avais pas quittée depuis le fort d'Antoungoudrahouze. Au sortir de Zanzine, on entre dans une plaine secondaire de 84 milles de large, coupée, vers les 42°38' de longitude est, par une chaîne assez étroite qui paraît s'étendre du Nord au Sud à travers toute l'île. Le 20 décembre, j'arrivai à la bouche du Mouroundava, où j'hivernai. Nous avions marché dans l'Ouest pendant 150 milles.

Le 15 mars 1870, je pouvais quitter Amboundrou ; le beau temps était revenu. Je me rendis, à bord d'une pirogue à balancier, à l'embouchure de la petite rivière de Maïtampak, Matsérouké, et de là je gagnai le fort ova de Manza, le point le plus Sud qu'occupent actuellement les Ovas chez les Sakalaves. Cette partie du pays est peu peuplée et assez dangereuse ; chaque jour des dziriks ou pillards y viennent faire des razzias de bétail et d'hommes. A l'époque de mon passage, un millier de Sakalaves indépendants ont attaqué un convoi de 1500 bœufs qu'escortaient une cinquantaine de soldats ovas et quelques officiers ; tout le bétail fut enlevé, dix soldats et un douzième honneur (général) furent tués, et les prisonniers emmenés en esclavage. J'ai heureusement échappé à un semblable sort. J'eus à traverser le pays des Betsileos dans toute sa largeur pour aller visiter leur capitale Fianarantsoua, qui est la seconde ville de Madagascar, puis je me suis rendu, toujours à travers une masse non interrompue de montagnes, à Mananzarine, un des principaux ports de la côte Est ; le pays, coupé çà et là de forêts, est plus fertile que les contrées que j'avais parcourues jusque-là. Mon voyage avait duré trente-neuf jours de la côte Ouest à la côte Est.

Mes recherches sur l'histoire du pays et sur les immigrations des races étrangères à l'île me conduisirent jusqu'à Matétanane où se trouvent les descendants des Arabes qui ont jadis émigré à Madagascar. J'ai pu obtenir de nombreux documents sur cette curieuse tribu, et j'ai rapporté des extraits des livres, écrits en caractères arabes, qu'ils gardent avec religion. Mon voyage sur cette côte m'a permis de rectifier la position des bouches des rivières et des ports qui étaient omis, mal placés ou mal dénommés, depuis Matétanane jusqu'à Tamatave.

De Mahanourou, je remontai à Tananarive, toujours à travers des montagnes abruptes, mais dans un pays relativement fertile. J'eus, cette fois, la satisfaction d'observer, au lendemain de mon arrivée, deux occultations d'étoiles par la Lune, de sorte que j'ai fixé la latitude de la capitale ova par cinq séries de hauteurs circumméridiennes et sa longitude par trente-cinq angles horaires de lune et deux occultations d'étoiles par la Lune. Mes études sur les Ovas et sur la province d'Émirne étaient terminées ; je suis alors descendu à Andouvourante par la route ordinaire, et j'ai gagné Tamatave, puis la Pointe-à-Larrée, pour relier avec mes derniers travaux la portion de la côte que j'avais parcourue en 1865.

Quelques mots maintenant, Messieurs, sur la configuration générale de Madagascar, et je finis. Cette île comprend, comme vous le montre ma carte, deux parties bien distinctes, la partie

N. et E. qui est toute montagneuse, la partie S. et O. qui est relativement plate.

Les trois chaînes parallèles qui coupent du N. au S. la région occidentale sont séparées les unes des autres par des plaines sablonneuses ou par des plateaux arides. Le grand massif granitique central, qui est très-tourmenté, mesure de 1000 à 1200 mètres d'altitude comme niveau général, et est plus stérile encore. Il n'y existe, ainsi que dans toute la région Est, d'autre terrain plat que les petites vallées qu'utilisent les indigènes pour la culture du riz; dans le sud de la chaîne granitique qui finit par 22°, il y a de vastes plaines secondaires légèrement ondulées qui s'étendent jusqu'à la côte.

On voit que nous sommes loin de cette arête centrale de montagnes qui aurait divisé l'île en deux parties à peu près égales et qu'on avait établie sur de simples hypothèses.

Le versant qui regarde l'Océan indien est seul assez fertile, grâce aux pluies continuelles qui arrosent le côté Est; il offre une ligne étroite, mais non interrompue du Nord au Sud, de forêts qui se relient à celles de l'Ouest, formant ainsi une ceinture, au centre de laquelle il n'y a que désolation et aridité. — Ce versant est arrosé par des rivières qui n'ont guère plus de 30 à 40 milles de longueur. Celui de l'Ouest, au contraire, large de 3 à 4 degrés, donne naissance à des fleuves importants par l'étendue de leur cours et par leur volume d'eau.

Dans les contrées du Sud-Ouest et Sud, les cours d'eau ont peu d'importance et sont le plus souvent à sec; il y a des espaces de 50 lieues sans le moindre ruisseau.

Madagascar est peu riche en lacs; on ne peut citer que ceux d'Antsianak, de Tasy et d'Andranoumène.

En résumé, j'ai pu, pendant mes voyages à Madagascar, fixer la latitude de 188 points différents, et la longitude de 24 villes par des distances ou des apozéniths lunaires, et de cinq autres par des occultations d'étoiles par la Lune. J'ai, dans mes diverses opérations trigonométriques, pris plus de 1500 relèvements au théodolite. Enfin, j'ai relevé à la boussole avec le plus grand soin la direction des diverses routes que j'ai suivies dans l'intérieur de l'île et qui offrent un développement d'environ 3000 kilomètres, et j'ai étudié une ligne de côtes de près de 500 lieues. Si vous comparez l'esquisse, si imparfaite qu'elle soit, que vous avez entre les mains avec n'importe quelle autre carte de Madagascar, vous verrez qu'il est bien peu de points qui n'aient eu besoin de rectification.

Outre ces travaux géodésiques, j'ai tenu, du 28 mai 1868 au 15 juillet 1870, un registre où sont consignées trois fois par jour,

aussi régulièrement que le permettent les hasards des voyages et les maladies, les observations du baromètre, du thermomètre et du psychromètre, avec indication du temps, des températures maximum et minimum, et, à Tulléar, de la température du sol.

Pour l'étude du magnétisme, j'ai déterminé, en dix-neuf localités différentes, la déclinaison, l'inclinaison et l'intensité absolue de l'aiguille aimantée.

J'ai réuni de nombreuses collections de Mammifères, d'Oiseaux, de Reptiles, de Poissons, d'Insectes des divers ordres, de plantes et de bois; mais c'est surtout à rassembler une série complète des Lémuriens et autres Mammifères, tant en squelettes que dans l'alcool, pour pouvoir étudier d'une manière complète l'anatomie des types bizarres que nous offre la grande île de Madagascar, que j'ai appliqué tous mes soins.

La collection de Lémuridés que j'ai rapportée de mes voyages est appelée à modifier les idées des naturalistes sur la place que ces curieux animaux doivent occuper dans la série des êtres. Les fœtus des Indrisinés, des Hapalemurs et des Chirogales que M. Alphonse Milne-Edwards vient d'étudier, lui ont permis de reconnaître chez tous ces animaux une placentation à laquelle il a donné le nom de placentation en cloche, qui les distingue nettement de tous les autres animaux connus. Dans leur anatomie, sur laquelle je ne veux pas m'étendre ici, puisqu'elle fera l'objet d'un travail spécial,on retrouve une foule de traits distinctifs qui s'ajoutent à ceux fournis par l'étude de leur embryologie pour les faire regarder comme un ordre à part, ordre bien distinct de celui des Singes.

Un autre fait curieux est l'extrême étendue des variations individuelles dans les diverses espèces de Lémuriens. Le nombre des espèces de Lémur, encore naguère si grand dans nos catalogues zoologiques, est appelé à diminuer notablement. M. Alphonse Milne-Edvards et moi, nous avons constaté, sur la magnifique collection de ces animaux que possède aujourd'hui le Muséum, que des races locales avaient été prises à tort pour des espèces. Moi-même, je dois avouer qu'il me faudra réintégrer dans l'espèce type des races que j'avais regardées, au premier abord, comme spécifiquement distinctes; c'est que je ne connaissais, à l'époque où je décrivais les Quadrumanes auxquels je fais ici allusion, que les variations extrêmes d'une même espèce; depuis j'ai pu me procurer ou étudier toutes les variétés intermédiaires. Je sais bien que les naturalistes, tant qu'ils n'auront pas examiné avec soin et étudié les belles séries que possède le Muséum de Paris, ne voudront probablement pas accepter notre manière de voir, si grandes sont les différences entre individus, pris isolément; mais il n'en est pas moins

certain que des 22 espèces établies par les divers auteurs, il n'y en a que six ou sept qui soient séparées par des limites positives. Je ne veux point abuser de votre bienveillance, mais permettez-moi d'appeler encore votre attention sur un fait important de géographie zoologique.

On avait cru, jusqu'à mes derniers voyages, que Madagascar n'offrait aucun représentant de l'ordre des Pachydermes, ni de celui des Rongeurs: la découverte de mon *Hippopotamus Lemerlei*, de mon *Cheiropotamus Edwardsii* et du gros Rat du Menabé pour lequel j'ai fait le genre *Hypogemys* a modifié à cet égard les opinions des zoologistes. J'ajouterai que les Lémuriens africains sont beaucoup plus voisins de certains Lémuriens malgaches qu'on ne le pense.

Vous voyez que, malgré les types si curieux que nous a fournis Madagascar, cette île n'a pas cependant une faune aussi aberrante qu'on l'avait dit. Je ne vous parlerai pas ici de la géologie de Madagascar, qui était inconnue jusqu'à ce jour ; qu'il me suffise de vous dire que la côte Ouest est formée par une bande étroite de terrain nummulitique, qui s'appuie sur le terrain secondaire. Je vous ferai remarquer que jusqu'à ce jour l'existence de terrains nummulitiques n'avait pas encore été constatée dans l'hémisphère austral. Je suis porté à admettre qu'une partie au moins de la région soulevée par les éruptions granitiques appartient à la formation liasique; mais je m'arrête. Le temps ne me permet pas d'entrer dans de plus amples détails au sujet de mes recherches, et je pense que cet exposé, tout rapide qu'il est, suffit pour vous montrer que j'ai rapporté de nombreux matériaux qui serviront à faire connaître cette île si curieuse à tout point de vue et qui était une vraie *terra ignota*.

Séance du 23 décembre 1871.

PRÉSIDENCE DE M. DE LUYNES.

M. Leblanc fait sommairement connaître les expériences instituées par M. Merget pour déceler au moyen de sels d'urane et de palladium la présence des émanations mercurielles. La sensibilité

de ces réactifs est si grande qu'à une distance de plusieurs mètres les vapeurs de mercure, à la température ordinaire, sont reconnues; elles agissent également sur des papiers imprégnés de ces sels au travers de corps poreux tels qu'une bûche d'assez forte longueur en dessinant avec une exactitude merveilleuse les orifices des conduits qui leur ont livré passage.

MM. de Luynes et Cazin présentent quelques observations à ce sujet.

L'ordre du jour appelle les élections dans la 1re et la 2me section.

Dans la 1re section : MM. Collignon,
Darboux,
Maurice Lévy,
ayant obtenu chacun 14 voix et un billet blanc, sont nommés membres titulaires.

Dans la 2me section : MM Chatin, ayant obtenu 15 voix,
Grandidier, 14 —
Jobert, 14 —
Van Tieghem, 13 —
ont été nommés membres titulaires.

M. Moreau fait une communication sur les moyens d'obtenir dans l'intestin un liquide riche en albumine.

M. Leblanc rappelle le procédé employé par certains physiologistes allemands pour doser l'albumine au moyen du chlorhydrate d'ammoniaque.

M. Moreau fait une autre communication sur les obstacles que l'on éprouve souvent pour empoisonner quelques animaux par certaines substances, suivant la température ambiante.

M. Cazin donne connaissance de recherches faites en collaboration avec M. Lucas, et indique la formule unique à laquelle ils ont été conduits sur la durée de l'étincelle d'une batterie. (Voy. p. 269.)

M. Guillemin et M. Moreau demandent quelques explications sur ces expériences.

M. Laguerre indique la formule nouvelle qu'il a obtenue sur une forme de l'intégrale de l'équation différentielle d'Euler. (Voy. p. 270.)

La séance est levée à 10 heures et demie.

L'un des Vice-Secrétaires,
L. Vaillant.

Sur la durée de l'étincelle d'une batterie électrique, par MM. Lucas et Cazin.

Les expériences que nous avons faites sur la durée de l'étincelle d'une batterie, lorsqu'on change la surface de la batterie, la longueur de l'étincelle et la résistance du circuit, à l'aide d'un fil sans circonvolutions, et que les autres circonstances restent les mêmes, sont rassemblées dans la formule

$$t = \mathrm{K}\,\frac{(1 - a^{s})\,(1 - b^{l})}{1 + cr^{\frac{4}{5}}}$$

t durée de l'étincelle,
s surface de chaque armature du condensateur,
l longueur de la batterie,
r longueur du fil interposé entre les armatures et les boules de décharge,
a, b deux constantes dépendant de l'isolement,
c constante invariable,
K constante dépendant de la nature des boules de décharge et de l'état de leur surface, mais indépendante de leur diamètre.

Lorsqu'on forme une cascade de deux condensateurs à l'aide de $n + n' = \mathrm{N}$ jarres égales, et qu'on fait varier n et n', en laissant N constant, la durée de l'étincelle est représentée par la formule

$$t = 4\mathrm{T}\left(\frac{nn'}{(n + n')^{2}}\right)^{\frac{4}{5}}$$

T désigne la durée de l'étincelle, lorsque les N jarres ne forment qu'un seul condensateur les autres circonstances restant les mêmes.

Remarque sur l'équation d'Euler, par M. Laguerre.

Étant donnée l'équation

$$\frac{dx}{\sqrt{f(x)}} = \frac{dy}{\sqrt{f(y)}}$$

où $f(x)$ désigne un polynôme du quatrième degré ; décomposons $f(x)$ d'une façon quelconque en deux facteurs du second degré, en posant

$$f(x) = \theta(x)\,\varphi(x);$$

l'équation différentielle précédente a pour intégrale générale

$$\frac{\sqrt{\theta(x)\,\varphi(y)} - \sqrt{\theta(y)\,\varphi(x)}}{x - y} = C,$$

C désignant une constante arbitraire.

La Société Philomathique a reçu en hommage de la part de leurs auteurs, pendant les années 1870 et 1871, les ouvrages suivants :

Louis Agassiz. —Address on Alexander von Humboldt, Boston, 1869.

— Contributions to the Fauna of the Guelf-Stream at great depths. — Echinoderms, and general reports — Cambridge (U. S.), 1869.

— Report upon deep sea dredgings. — Cambridge (U. S.), 1869

J. - A. Allen. —Mammalia of Massachussets. — Cambridge (U. S.), 1869.

Angelo Genocchi.—Rassegna d'alcuni scritti relative all'addizione degl'integrali ellitici ed Abeliani.—Roma, 1870.

Catalan. —Rapport du jury du concours des sciences mathématiques et physiques (1864-1868). — Extrait des Bulletins de l'Académie royale de Belgique, 2me série, (t. XXVIII, ne 12).

Léon Vaillant. —Note sur la disposition des pores ou orifices afférents dans la *Cliona celata* (Grant). —Paris, 1870.

— —Note sur l'anatomie de deux espèces du genre *Perichœta*, et essai de classification des Annélides lombricines. — Montpellier, 1869.

Lefèvre —Théorie élémentaire des opérations de Bourse. — Paris, 1870.

Programme de la Société Batave de Philosophie expérimentale de Rotterdam. — Rotterdam, 1869.

Wechniakoff. —Introduction avec recherches sur l'économie des travaux scientifiques et esthétiques. — Paris, 1870.

Vallès. —1° Des formes imaginaires en algèbre, in-8°. — Paris, 1869.

— —2° Observations sur les formes réelles et imaginaires (extraites des Nouvelles annales de mathématiques). — t. XIII.

— —3° Projet de dessèchement et d'irrigation du lac de Grand-Lieu. — Paris, 1849.

— —4° Etudes expérimentales sur les inondations.— Sans lieu ni date.

VALLÈS —5° Nouvelles études sur les inondations, au point de vue de l'insalubrité des réservoirs, et de l'influence des forêts. — Paris, 1860.

— —6° De l'aliénation des forêts.— Paris, 1865.

— —7° Notice sur quelques étangs du département des Bouches-du-Rhône (Ann. des Ponts et Chaussées, 3me série, 5me année.)

— —8° Études sur les eaux de Marly et de Versailles. — Paris, 1864.

Paul LÉVY. — Notes sur les lianes adressées à M. Bureau, par M. P. Lévy, naturaliste-voyageur au Nicaragua. (Extrait du Bull. de la Soc. bot. de France, novembre 1869.)

Louis LARTET. — Essai sur la géologie de la Palestine et des contrées avoisinantes, telles que l'Égypte et l'Arabie. 1re partie; Paris, 1869.

A. CAZIN. — Mémoire sur le travail intérieur dans les gaz, Paris, 1868.

— Recherches sur les courants interrompus. Paris, 1869.

— Sur la détente des gaz; Paris, 1869.

P. BERT. — Les actions nerveuses sympathiques. Paris, 1870.

NEUBERG. — Études sur les coordonnées tétraédriques, Bruxelles, 1869.

GILBERT. — Sur quelques propriétés des surfaces apsidales ou conjuguées. Bruxelles, 1869.

CATALAN. — Remarques sur l'équation $X^n - 1 = 0$.

TERME. — Compte rendu de la Société de bienfaisance pour l'enseignement des bègues indigents. Paris, 1869.

MALAISE. — Note sur les roches usées avec cannelures;

— Sur les rhizômes verticaux, etc;

— Sur les silex ouvrés de Spiennes. Bruxelles, 1866.

CIALDI. — Portolevante e cause del suo insabbiamento. Roma, 1870.

ROZE et CORNU. — Sur deux nouveaux types génériques pour les familles des Saprolégniées et des Péronosporées. Paris, 1870.

MALAISE. — L'homme fossile. Bruxelles et Leipzig, 1863.
— Utilité de l'étude de la botanique. Bruxelles, 1865.
— Carte géologique, agricole ou agronomique de Belgique. Bruxelles, 1868.
— Note sur le terrain crétacé de Layée. Académ. royale de Belgique, t. XVIII.
— Sur l'existence en Belgique de nouveaux gîtes fossilifères à faune silurienne. Ibid.
— Note sur quelques fossiles du massif silurien du Brabant. Ibid. t. XX.

MALAISE et GOSSELET. — Observations sur le terrain silurien de l'Ardennes ; ibid, t. XXVI.

L. VAILLANT. — Contribution à l'étude anatomique du genre Pontobdelle. Paris, 1870.
— Notice sur la vie et les travaux de Sars. Paris, 1870.

CATALAN. —Sur quelques sommations et transformations de séries. —Rome. 1880.

DE MARICHARD ET PRUNER-BEY. — Les Carthaginois en France.— La colonie Lybio-Phénicienne du Liby (Ardèche). — Paris, Montpellier; 1870.

QUÉTELET. —Observations sur les phénomènes périodiques pendant les années 1867 et 1868 (extrait du tome XXXVIII des Mémoires de l'Académie royale de Belgique).
— —Notice sur le Congrès statistique de Florence en 1867, in-4°.

CATALAN. —Mémoire sur une transformation géométrique et sur la surface des ondes.—Bruxelles, 1868.

H. A. HAGEN. —Illustrated catalogue of the Museum of comparative zoology at Haward College. — Cambridge, 1870. (Offert par M. A. Agassiz.)
— —Monograph of the north American Astacidœ.

BRYANT —On the eared seals (Otariadae) — Cambridge, 1870. (Offert par M. A. Agassiz.)

ALLEN. —On the mammals and winterrbids of east Florida. — Cambridge, 1870. (Offert par M. A. Agassiz.)

STIMPSON —Prelimirary report on the Crustacea dredged in the gulf stream, by de Pourtalès.—Cambridge, 1870. (Offert par M. A. Agassiz.)

PALL. —Report on the Brachiopoda obtained by de Pourtalès. — Cambridge, 1870. (Offert par M. Al. Agassiz.)

— —Annual report of the trustees of the Museum o comparative zoology at Haward College, for 1869 et 1870. — Boston, 1870 et 1871. (Offert par M. Al. Agassiz.)

Felice CHIO. —Nota sulla formola sommatoria.— Torino, 1870.

— —Discorso per l'inaugurazione del buto di Giovanni Plana. — Torino, 1870.

— —Théorème relatif à la différentiation d'une intégrale définie par rapport à une variable comprise dans la fonction sous le signe $\int$ et dans les limites de l'intégrale, étendu au calcul aux différences, et suivi de quelques applications. — Turin, 1871.

CIALDI. —Le Portolevante escluda il flutto-corrente come causa del suo insabbiamento. — Roma, 1870.

— —L'Ingegno di Ferdinando de Luca. — Roma, 1870.

CHANGEMENTS SURVENUS DANS LA SOCIÉTÉ.

SONT PASSÉS AU RANG DE MEMBRES HONORAIRES :

MM. Haton de la Goupillière.
Milne Edwards (Alphonse).
Tissot.

ONT ÉTÉ NOMMÉS MEMBRES TITULAIRES :

1re *Section.*

MM. Collignon.
Darboux.
Maurice Lévy.

2e *Section.*

MM. Grandidier.
Jobert.
Van Thieghem.

MEMBRES CORRESPONDANTS :

M. Lartet.

TABLE DES AUTEURS

Pages

ALIX. — Modifications au règlement..... 3
Sur une brochure de M. Pruner-Bey..... 138
Traduction d'un mémoire de Bischoff sur les muscles courts du pouce et du gros orteil 159

BERT (P.). — Modification au règlement..... 2
Sur la production de l'ædème 41
Sur le sulfocyanure de la salive..... 81
Sur le tic ou chorée des Chiens 88
Sur les affinités des Reptiles avec les Oiseaux 127
Sur l'influence de la diminution de la pression atmosphérique .. 127
Idem 131
Sur le polymorphisme de certains Champignons 133
Sur la composition des gaz du sang à des pressions inférieures à celle de l'atmosphère..... 148
Sur la raison de la mort des animaux d'eau douce que l'on plonge dans l'eau de mer 149
Sur l'absorption vésicale..... 156
Sur le venin cutané des Batraciens..... 157
Sur la raison de la mort des animaux d'eau douce que l'on plonge dans l'eau de mer..... 185
Sur la composition de l'air confiné dans lequel meurent des animaux quand cet air est comprimé à plusieurs atmosphères... 189
Sur la visibilité des divers rayons lumineux par les animaux inférieurs..... 230

BERTRAND. — Sur le genre *Abies*..... 245

BOURGET. — Sur le mouvement vibratoire des membranes élastiques..... 118

BUREAU. — Sur le lac de Grand-Lieu..... 39
Notes sur les lianes..... 40

Sur la structure des tiges de liane..... 56
Allocution présidentielle..... 146

De Caligny.— Sur un appareil à élever de l'eau..... 7
Sur un moteur hydraulique à piston oscillant..... 150
Sur son système d'écluses de navigation..... 223

Cazin.— Sur une nouvelle méthode pour trouver les pôles d'un aimant et évaluer son magnétisme en unités mécaniques..... 178
Sur un nouveau rhéophore..... 182

Cazin et Lucas.— Sur la durée des étincelles électriques..... 151
Sur la durée de l'étincelle d'une batterie électrique..... 269

J. Chatin.— Sur les glandes salivaires du Foumilier Tamandua. 13

Darboux.— Sur les polygones inscrits et circonscrits à l'ellipsoïde..... 92

Delanoue.— Sur le lac de Grand-Lieu..... 39
Sur les ensablements de Venise..... 78
Sur le rôle des corps gazeux dans les phénomènes volcaniques.. 133

Alph. Edwards.— Notice biographique sur Sars..... 15

Fischer.— Sur les sondages sous-marins..... 137

Flye-Sainte-Marie.— Sur le postulatum d'Euclide..... 9

Gaudry.— Sur une caverne du Périgord..... 61

Grandidier.— Aperçu de quelques résultats de plusieurs voyages scientifiques..... 255

Grouard.— Recherches sur les figures planes semblables..... 5
Sur les figures semblables..... 51
Idem..... 74
Idem..... 115

Guillemin.— Sur les machines magnéto-électriques..... 127
Sur la détermination de l'intensité du courant du premier instant dans les piles inconstantes..... 171

Haag.— Énoncé de deux théorèmes..... 150

Halphen.— Énoncé d'un théorème..... 170

Houel.— Sur l'impossibilité de démontrer par une construction plane le *postulatum d'Euclide*..... 46
Sur les cavernes du Périgord..... 61
Jobert.— Recherches pour servir à l'histoire des organes du toucher chez les Poissons..... 194
Sur l'extrémité du grouin du Porc considéré comme organe du toucher..... 205
Sur le grouin du Hérisson et la queue d'un *Ateles* considérés comme organes du toucher..... 220

Laguerre.— Sur une propriété relative aux courbes tracées sur une surface quelconque..... 49
Sur les courbes que l'on peut tracer sur les surfaces algébriques 69

Sur l'emploi des imaginaires dans la géométrie de l'espace..... 95
Sur quelques propriétés des cônes algébriques..... 139
Recherches géométriques sur la cyclide..... 209
Sur quelques propriétés des courbes algébriques..... 241

L. Lartet.— Sur la géologie de la Palestine..... 57

Laussedat.— Modification au règlement..... 3
Sur une méthode graphique propre à la construction des cartes qui servent à annoncer les éclipses de Soleil pour la Terre en général..... 20

De Luynes. — Sur les relations qui existent entre l'orcine et le toluène..... 208

Mannheim. — Sur un théorème qui présente de l'analogie avec celui de Meusnier..... 138
Démonstration géométrique d'un théorème de M. O. Bonnet.... 228

Parrot (Jules et Philippe).— Sur la découverte d'une grotte habitée par l'homme à l'âge du Renne..... 62

Prillieux.— Sur la fanaison des plantes..... 157

Puel.— Sur une caverne du Lot..... 61

Ribaucour.— Sur la théorie des surfaces..... 22
Idem..... 110

Roze.— Sur deux nouveaux types génériques pour les familles des Saprolégniées et des Péronosporées..... 113
Sur le polymorphisme de certains Champignons..... 132

Transon. — Modification au règlement..... 4
Analyse de deux publications mathématiques de M. Vallès..... 27
Analyse de l'étude sur les inondations de M. Vallès..... 33
Sur la cinématique..... 65
Sur les coniques sur-osculatrices..... 68

L. Vaillant. — Sur l'acclimatation d'une Annélide lombricine dans le midi de la France..... 25
Sur les caractères de la coquille des Vermets..... 83
Sur les zones littorales supérieures..... 144
Sur la résistance vitale du *Balanus balanoïdes* hors de l'eau... 183
Sur l'appareil stylifère de quelques Némertiens..... 187
Sur l'anatomie de l'*Oncidium celticum*..... 222, 225

Vallès.— Sur une caverne du Périgord..... 61
Sur les ensablements..... 79
Sur les vibrations des membranes..... 113
Sur la propriété dont jouissent certains nombres premiers d'être égaux à des sommes ou à des différences de carrés ou de multiples de carrés..... 191

Welsch.— Sur les surfaces..... 6

IMP. CENTRALE DES CHEMINS DE FER.— A. CHAIX ET C°, RUE BERGÈRE, 20, A PARIS. — 2330-2

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS.

Tome septième. — Janvier-Février-Mars 1870.

PARIS

LIBRAIRIE F. SAVY

24, RUE HAUTEFEUILLE.

1870

Le Bulletin de la SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE se publie par cahiers trimestriels depuis le mois de mars 1864. Le prix de l'abonnement est fixé à 5 francs.

ON S'ABONNE :

A la librairie F. SAVY, 24, rue Hautefeuille

TABLE DES MATIÈRES.

Séance du 8 janvier 1870 1
Séance du 22 janvier 1870 2
Recherches sur les figures planes semblables, par M. A. Grouard. 4
Sur les surfaces, par M. Welsch 6
Sur un appareil à élever de l'eau, par M. A. de Caligny... 7
Sur le postulatum d'Euclide, par M. Flye Sainte-Marie..... 9
Sur les glandes salivaires du Fourmilier Tamandua, par M. J. Chatin 13
Notice biographique sur Sars, par M. A. Milne Edwards.... 15
Séance du 12 février 1870 19
Sur une méthode graphique propre à la construction des cartes qui servent à annoncer les éclipses de Soleil pour la Terre en général, par M. Laussedat 20
Sur la théorie des surfaces, par M. Ribaucour 22
Sur l'acclimatation d'une Annélide Lombricine dans le midi de la France, par M. L. Vaillant 25
Analyse de deux publications mathématiques de M. Vallès, par M. Transon 27
Analyse d'un ouvrage de M. Vallès intitulé : *Etudes sur les inondations*, par M. A. Transon 33
Séance du 26 février 1870 39
Sur l'impossibilité de démontrer par une construction plane le principe des parallèles, dit postulatum d'Euclide, par M. Houel 46
Sur une propriété relative aux courbes tracées sur une surface quelconque, par M. Laguerre 49
Sur les figures semblables, par M. A. Grouard 51
Séance du 12 mars 1870 56
Séance du 26 mars 1870 60
Sur la découverte d'une grotte habitée par l'Homme de l'âge du Renne, par MM. J. et P. Parrot 62
Sur la cinématique, par M. Abel Transon 65
Sur les coniques sur-osculatrices, par M. Abel Transon..... 68
Sur les courbes que l'on peut tracer sur les surfaces algébriques, par M. Laguerre 69
Sur les figures semblables, par M. A. Grouard 74
Sur les causes de l'ensablement des ports et lagunes de Venise, par M. Cialdi. Remarques sur ce travail, par MM. Delanoue et Vallès 79

IMPRIMERIE CENTRALE DES CHEMINS DE FER.—A. CHAIX ET Cie, RUE BERGÈRE, 20, A PARIS.—10252-0

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS.

Tome septième. — Avril-Décembre 1870.

PARIS

LIBRAIRIE F. SAVY

24, RUE HAUTEFEUILLE.

1870

Le Bulletin de la SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE se publie par cahiers trimestriels depuis le mois de mars 1864. Le prix de l'abonnement est fixé à 5 francs.

ON S'ABONNE :

A la librairie F. SAVY, 24, rue Hautefeuille.

TABLE DES MATIÈRES

Séances des 11 et 26 février 1871 177
Séances du 11 mars et du 10 juin 1871 178
Sur une nouvelle méthode pour trouver la position des pôles d'un aimant et évaluer son magnétisme en unités mécaniques, par M. Cazin 178
Séance du 24 juin 1871 181
Sur un nouveaux réophore, par M. Cazin 182
Sur la résistance vitale du *Balanus balanoïdes* hors de l'eau, par M. Léon Vaillant 183
Séance du 8 juillet 1871 185
Sur le mécanisme et la cause de la mort chez les animaux d'eau douce que l'on immerge dans l'eau de mer, par M. Paul Bert... 185
Séance du 22 juillet 1871 186
Sur l'appareil stylifère de quelques Némertiens, par M. Léon Vaillant 187
Sur la composition de l'air confiné dans lequel meurent des animaux, quand cet air est comprimé à plusieurs atmosphères, par M. P. Bert. 189
Séance du 12 août 1871 191
Sur la propriété dont jouissent certains nombres premiers d'être égaux à des sommes ou à des différences de carrés ou de multiples de carrés, par M. F. Vallès 191
Séance du 28 octobre 1871 193
Recherches pour servir à l'histoire des organes du toucher chez les Poissons, par M. Jobert 194
Sur l'extrémité du grouin du Porc considéré comme organe du toucher, par M. Jobert 207
Sur les relations qui existent entre l'orcine et le toluène, par M. de Luynes 208
Recherches géométriques sur la cyclide, par M. Laguerre 209
Séance du 11 novembre 1871 219
Sur le grouin du Hérisson et la queue d'un Singe du nouveau continent (*Ateles paniscus*) considérés comme organes du toucher, par M. Jobert 220
Séance du 25 novembre 1871 222
Sur le moyen de simplifier la marche automatique d'un nouveau système d'écluses de navigation pendant le remplissage du sas, par M. de Caligny 223
Sur l'habitat et les mœurs de l'*Oncidium celticum*, Cuv., par M. Léon Vaillant 225
Démonstration géométrique d'un théorème de M. O. Bonnet, par M. Mannhein 228
Sur la visibilité des divers rayons lumineux par les animaux inférieurs, par M. Paul Bert 230
Séance du 9 décembre 1871 232
Liste des travaux scientifiques de M. Edouard Collignon, candidat. 232
— de M. G. Darboux, — 233
— de M. Maurice Levy, — 234
— de M. Alf. Grandidier, — 236
— de M. Chatin, — 236
— de M. Jobert, — 238
— de M. Van Thièghem, — 238
Sur quelques propriétés des courbes algébriques et la détermination des rayons de courbure des sections planes des surfaces annallagmatiques, par M. Laguerre 241
Sur le genre *Abies*, par M. C.-E. Bertrand 245
Aperçu de quelques résultats de plusieurs voyages scientifiques, par M. Grandidier 255
Séance du 23 décembre 1871 267
Sur la durée de l'étincelle d'une batterie électrique, par MM. Lucas et Cazin 269
Remarque sur l'équation d'Euler, par M. Laguerre 270

IMPRIMERIE CENTRALE DES CHEMINS DE FER. — A. CHAIX ET Cie, RUE BERGÈRE, 20, A PARIS. — 2332-2

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS.

Tome septième. — Janvier-Décembre 1871.

PARIS
LIBRAIRIE F. SAVY
24, RUE HAUTEFEUILLE.

1871

Le Bulletin de la SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE se publie par cahiers trimestriels depuis le mois de mars 1864. Le prix de l'abonnement est fixé à 5 francs.

ON S'ABONNE :

A la librairie F. SAVY, 24, rue Hautefeuille.

TABLE DES MATIÈRES.

Séance du 9 avril 1870 81
Sur les caractères qui permettent de reconnaître les coquilles des Vermets et de les distinguer des tubes de certaines Annélides, par M. Léon Vaillant 83
Sur le tic ou chorée des Chiens, par M. Paul Bert 88
Séance du 23 avril 1870 92
Sur les polygones inscrits et circonscrits à l'ellipsoïde, par M. G. Darboux 92
Sur l'emploi des imaginaires dans la géométrie de l'espace, par M. Laguerre 95
Sur la théorie des surfaces, par M. A. Ribaucourt 110
Séance supplémentaire du 7 mai 1870 113
Sur les figures semblables, M. A. Grouard 115
Sur le mouvement vibratoire des membranes élastiques, par M. J. Bourget 118
Sur la théorie des surfaces, par M. A. Ribaucourt 124
Séance du 14 mai 1870 127
Séance du 28 mai 1870 131
Sur le rôle des corps gazeux dans les phénomènes volcaniques, par M. Delanoue 133
Séance du 11 juin 1870 137
Sur un théorème qui présente de l'analogie avec celui de Meusnier, par M. Mannheim 138
Sur quelques propriétés des cônes algébriques, par M. Laguerre 139
Sur les zones littorales supérieures, par M. L. Vaillant 144
Séance du 25 juin 1870 146
Théorèmes sur les déplacements des figures, par M. Haag 150
Sur la durée des étincelles électriques par MM. Lucas et Cazin 151
Séance du 9 juillet 1870 156
Sur l'intégration d'une équation différentielle du second ordre, par M. Laguerre 158
Sur les muscles courts du pouce et du gros orteil par M. Bischoff 159
Remarques à ce sujet, par M. Alix 168
Séance du 23 juillet 1870 170
Sur le déplacement des figures, par M. Halphen 170
Sur la détermination de l'intensité du courant du premier instant dans les piles inconstantes, par M. C. Guillemin 171
Séance du 13 août 1870 173
Séance du 12 novembre 1870 173
Séance du 26 novembre 1870 174
Séance du 10 décembre 1870 174
Séance du 24 décembre 1870 174

IMPRIMERIE CENTRALE DES CHEMINS DE FER.—A. CHAIX ET Cie, RUE BERGÈRE, 20, A PARIS.—6542-1

SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES
3 9088 01526 6539